

**CPRM**

Serviço Geológico do Brasil

# CURVA-CHAVE TRAÇADA PELO MATLAB COM DIFERENTES TIPOS DE EQUAÇÕES SUPORTADAS PELO PROGRAMA HIDRO

Francisco Marcuzzo

[francisco.marcuzzo@cprm.gov.br](mailto:francisco.marcuzzo@cprm.gov.br)



[www.cprm.gov.br](http://www.cprm.gov.br)



Encontro Técnico

**AESABESP**

Congresso Nacional de  
Saneamento e Meio Ambiente

26º Encontro Técnico AESABESP



Fonte:  
CPRM/BH

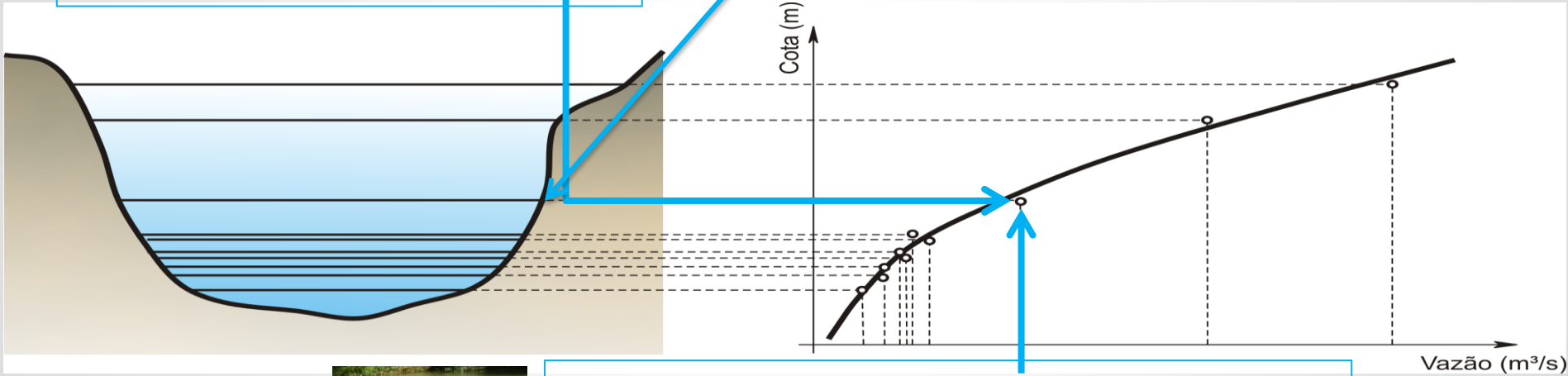
# Leitura do observador as 7h e 17h



Fonte: CPRM/BH

# Traçado da Curva-Chave

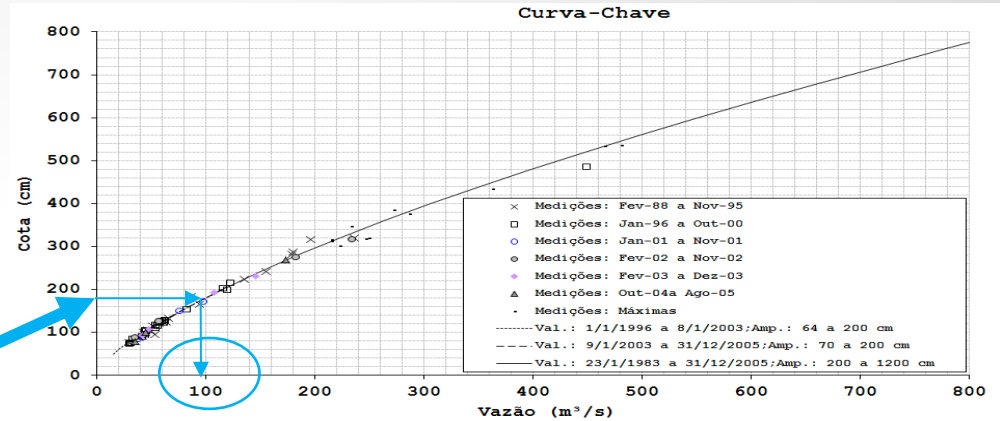
Nível do Curso D'Água  
(Leitura na Régua)



Vazão Medida  
(Efeito Doppler, Molinete, Etc.)

# Transformação Cota-Vazão

Observação do Nível do  
Curso D'Água



- **Leitura de cotas as 07 e as 17 horas diariamente.**
- **No escritório a cota é convertida em vazão utilizando a curva chave.**

Hidro 1.2 - [Banco de Dados - Bd8\_HIDRO\_SUREG\_PA]

Sistema Editar Exibir Registros Janela Ajuda

**Curva de Descarga**

Banco de Dados [Bd8\_HIDF - Registros Permanentes]

Planos

- Programas de Orç
- Inventário
- Bacias
- Sub-bacias
- Rios
- Estados
- Municípios
- Entidades
- Estações
- Séries
- Cotas Médias
- Cotas 2 Leitura
- Cotas Horárias
- Vazões Horárias
- Vazões Médias
- Chuvvas Diárias
- Chuvvas 2 Leitura
- Chuvvas Horárias
- Clima
- Qualidade da Água
- Resumo de Desc
- Medição de Des
- Medição de Des
- Sedimentos
- Granulometria
- Curva de Descar
- Perfil Transversal

Funções

- Estatísticas
- Cotas Médias
- Vazões Médias
- Chuvvas Diárias
- Curva de Permanênc
- Cotas Médias
- Vazões Médias
- Chuvvas Diárias
- Vazões
- Mínimas
- Clima
- Estações
- Calcular Distribui
- Diagrama de D

Gráficos

- Cotas
- Vazões
- Chuvvas
- Clima
- Qualidade da Água
- Sedimentos
- Granulometria
- Curva de Descarga
- Perfil Transversal
- Chuva & Vazão
- Chuva & Cota

Código: Sub-bacia: Consultar

100 listados (máximo de 100)

Estação	Nível de consistência	Validade início	Validade fim	Cota máxima (cm)	Cota mínima (cm)	Tipo de curva	Número da curva	Tipo de equação
75186000	Consistido	03/06/2002	31/12/2010	200	40	Tabela	01/01	
85735000	Consistido	01/06/2002	31/12/2010	790	90	Tabela	01/1	
70100000	Consistido	21/04/1976	31/12/2010	530	10	Tabela	01/1	
70200000	Consistido	01/01/1985	29/09/1996	840	30	Tabela	01/1	
70200000	Consistido	30/09/1996	31/12/2010	870	30	Tabela	02/1	
70300000	Consistido	01/01/1982	10/02/1996	840	40	Tabela	01/1	
70300000	Consistido	11/02/1998	31/12/2010	680	20	Tabela	02/1	
70500000	Consistido	01/01/1979	31/12/2010	790	60	Tabela	01/1	
71200000	Consistido	01/01/1996	31/12/2010	1200	70	Tabela	02/1	
71200000	Consistido	01/01/1985	31/12/1995	1200	79	Equação	01/1	Potência
71250000	Consistido	01/01/1996	27/08/1997	870	40	Tabela	02/1	
71250000	Consistido	28/06/1997	31/12/2010	870	40	Tabela	03/1	
71250000	Consistido	01/01/1985	31/12/1995	748	1	Equação	01/1	Potência
71300000	Consistido	01/01/1996	31/12/2010	1330	30	Tabela	01/1	
71350001	Consistido	01/01/1996	12/04/2002	1000	80	Tabela	03/1	
71350001	Consistido	13/04/2002	31/12/2010	1000	80	Tabela	04/1	
71383000	Consistido	01/01/1996	31/12/2010	1000	50	Tabela	01/1	
71498000	Consistido	01/01/1996	31/12/2010	1040	130	Tabela	01/1	
71550000	Consistido	01/01/1996	31/12/2010	620	90	Tabela	01/1	
72430000	Consistido	01/01/1985	31/12/2010	1345	66	Equação	01/1	Potência
72530000	Consistido	21/06/1997	31/12/2010	1300	30	Tabela	02/1	
72680000	Consistido	12/07/1996	31/12/2010	1200	20	Tabela	02/1	
72715000	Consistido	14/12/2003	31/12/2010	450	80	Tabela	01/04	
72810000	Consistido	01/01/1985	31/12/2010	570	56	Equação	01/1	Potência
72849000	Consistido	13/12/1985	31/12/2010	90	30	Tabela	02/1	
72849000	Consistido	13/12/1985	31/12/2010	930	90	Tabela	02/1	
72870000	Consistido	12/02/1996	31/12/2010	220	60	Tabela	02/1	
72870000	Consistido	12/02/1996	31/12/2010	700	220	Tabela	02/1	
73330000	Consistido	01/01/1985	31/12/2010	350	20	Tabela	01/1	
73330000	Consistido	01/01/1985	31/12/2010	800	350	Tabela	01/1	
73350000	Consistido	01/01/1985	31/12/2010	1100	40	Tabela	01/1	
73480000	Consistido	30/04/1994	31/07/2008	1100	130	Tabela	02/1	
73550000	Consistido	01/01/1985	31/12/2010	2100	1050	Tabela	01/1	
73550000	Consistido	01/01/1985	31/12/2010	1050	80	Tabela	01/1	
73600000	Consistido	01/01/1985	31/12/2010	800	30	Tabela	01/1	
73600000	Consistido	01/01/1985	31/12/2010	900	80	Tabela	01/1	
73693001	Consistido	01/01/1985	31/12/2010	960	10	Tabela	01/1	
73693000	Consistido	03/04/2000	31/12/2008	300	50	Tabela	01/1	
73765000	Consistido	01/01/1985	31/12/2010	670	60	Tabela	01/1	
73765000	Consistido	01/01/1985	31/12/2010	60	59	Tabela	01/1	Potência
73770000	Consistido	01/01/1985	31/12/2010	1110	20	Equação	01/1	
73780000	Consistido	01/01/1985	31/12/2010	830	10	Tabela	01/1	
73820000	Consistido	17/07/1994	31/12/2010	750	100	Tabela	02/1	
73900000	Consistido	17/12/2000	31/12/2010	870	40	Tabela	02/1	
73960000	Consistido	01/01/1985	31/12/2010	860	90	Tabela	01/1	
74100000	Consistido	01/01/1996	31/12/2010	1350	50	Tabela	01/1	
74205000	Consistido	10/12/1998	31/12/2010	17	13	Tabela	02/1	
74205000	Consistido	10/12/1998	31/12/2010	810	40	Tabela	02/1	
74205000	Consistido	10/12/1998	31/12/2010	20	17	Tabela	02/1	
74205000	Consistido	10/12/1998	31/12/2010	40	20	Tabela	02/1	
74270000	Consistido	17/04/1998	31/12/2010	1500	50	Tabela	02/1	
74295000	Consistido	21/05/1997	31/12/2010	630	40	Tabela	02/1	
74300000	Consistido	24/05/2000	31/12/2010	60	50	Tabela	01/1	
74300000	Consistido	24/05/2000	31/12/2010	980	60	Tabela	01/1	
74320000	Consistido	01/01/1985	31/12/2010	-10	-13	Tabela	01/1	
74320000	Consistido	01/01/1985	31/12/2010	840	-10	Tabela	01/1	

Restrições:

Curva de Descarga | **Tabulação**

Estação

Nome: PORTO FAE NOVO Código: 73770000 Área de drenagem (km2): 5880,00 Responsável: ANA

Rio: RIO CHAPECÓ Município: CORONEL FREITAS UF: SC Operadora: CPRM

Identificação

Nível de consistência: Consistido Validade início: 01/01/1985 Cota mínima (cm): 20 Tipo de curva: Equação

Validade fim: 31/12/2010 Cota máxima (cm): 1110 Número da curva: 01/ Passo da cota (cm):

Equação

Tipo de equação: Potência

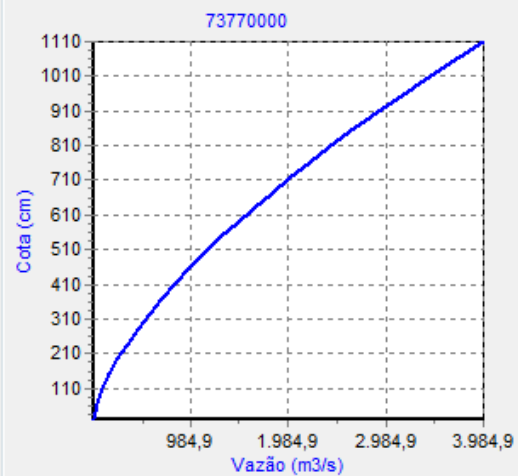
a: 99,220000 a0:  
 h0 (m): 0,15 a1:  
 n: 1,543 a2:  
 a3:

Tabela Cota X Vazão

#	Cota (cm)	Vazão (m3/s)
1	-	
2	-	
3	-	
4	-	
5	-	
6	-	
7	-	
8	-	
9	-	
10	-	
11	-	
12	-	
13	-	
14	-	
15	-	
16	-	

Inserir Remover

Gráfico



Qual a melhor?

- Potência:  $Q(H) = a(H - h_0)^n$
- Linear:  $Q(H) = a_0 + a_1H$
- Parabólica:  $Q(H) = a_0 + a_1H + a_2H^2$
- Cúbica:  $Q(H) = a_0 + a_1H + a_2H^2 + a_3H^3$

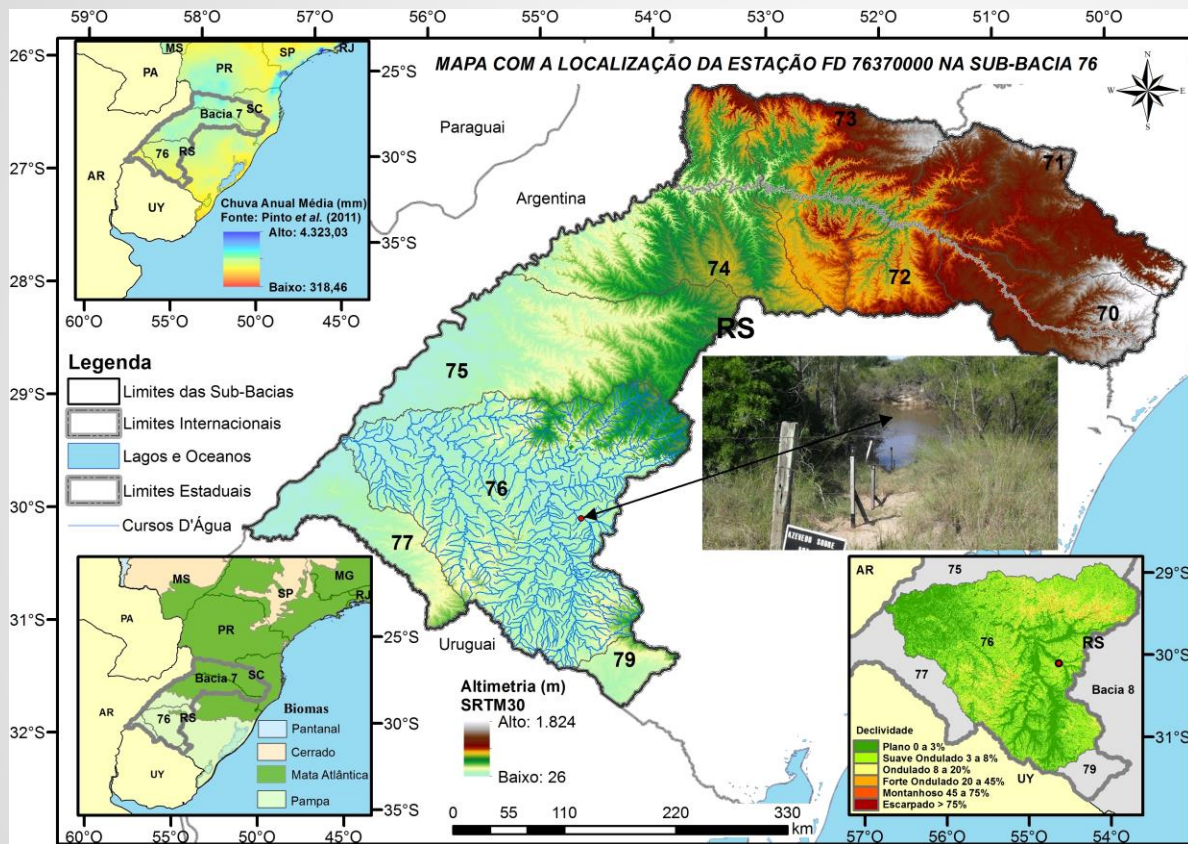


## Objetivo do estudo:

Estudar e discutir a utilização das regressões linear, parabólica, cúbica e potencial, disponíveis para inserção de equações de curva-chave no programa HIDRO, da Agência Nacional de Águas (ANA), utilizadas na geração de vazão por meio de cotas observadas e/ou registradas, empregando o programa MATLAB na concepção destas curvas-chave.



# Caracterização geral da região de localização da estação fluviométrica



Média de precipitação  
anual na sub-bacia 76:

1.639,8mm

Média de  $136,7\text{mm}\cdot\text{mês}^{-1}$

# Caracterização da estação fluviométrica FD 76370000



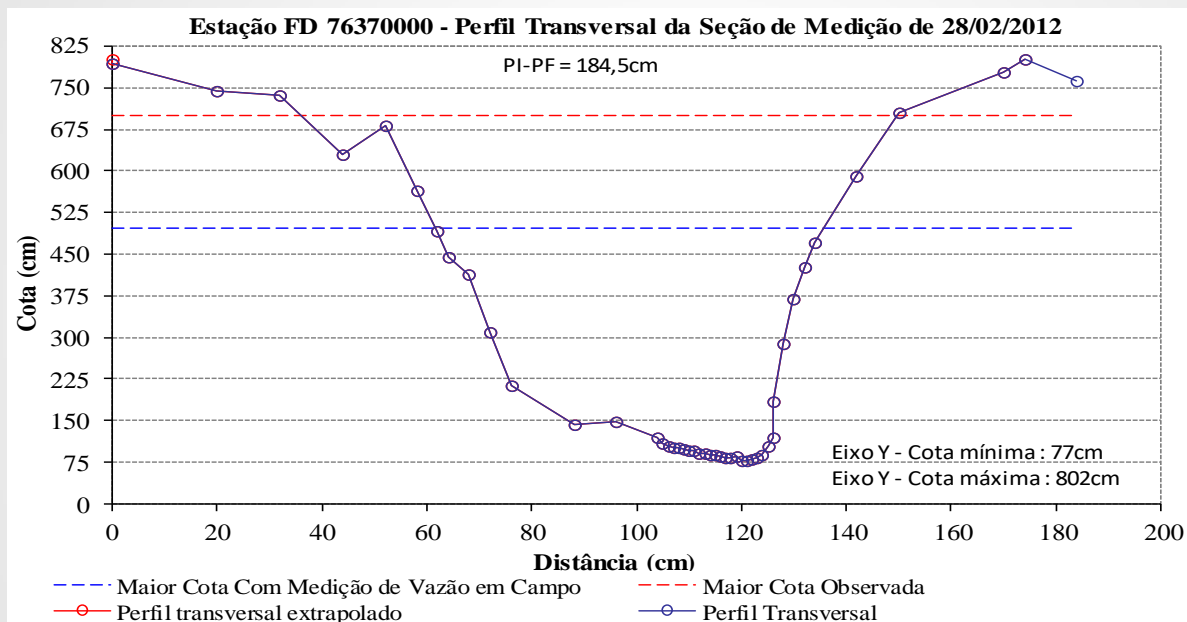
## Caracterização da estação fluviométrica FD 76370000



A maior vazão medida na série histórica da estação 76370000 foi em 22/10/2014, com  $100\text{m}^3.\text{s}^{-1}$  e uma cota de 498cm.

Já a menor vazão medida foi de  $0,393\text{m}^3.\text{s}^{-1}$  e uma cota de 94cm, em 01/06/2012.

# Caracterização da estação fluviométrica FD 76370000



## Dados da estação fluviométrica 76370000 utilizados neste estudo

Data	Vazão (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	Cota (cm)	Data	Vazão (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	Cota (cm)	Data	Vazão (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	Cota (cm)
21/07/2004	4,86	138	09/12/2007	4,66	144	10/09/2011	8,26	157
15/10/2004	9,95	169	20/04/2008	2,87	129	21/11/2011	1,35	117
01/12/2004	1,64	145	20/04/2008	2,96	129	28/02/2012	2,4	120
27/08/2005	71,50	391	27/06/2008	30,9	264	01/06/2012	0,393	94
21/10/2006	6,36	159	18/10/2008	94,1	476	31/08/2012	1,2	107
29/03/2007	18,6	213	17/06/2009	1,09	109	19/11/2012	2,23	136
24/04/2007	6,13	157	26/09/2009	10,8	192	08/05/2013	20,6	230
24/04/2007	6	158	09/12/2009	85,7	458	23/11/2013	64,3	394
25/04/2007	23,8	238	10/05/2010	4,89	141	29/03/2014	12,8	210
26/04/2007	26,8	251	26/08/2010	7,05	164	11/07/2014	54,3	374
27/04/2007	32,3	270	17/11/2010	0,731	103	22/10/2014	100	498
28/04/2007	39,5	306	02/04/2011	4,91	136	-	-	-
25/08/2007	53,4	343	10/06/2011	3,74	125	-	-	-

## Tipos de equações testadas para o traçado da curva-chave

$$Q = a_0 + a_1.x$$

$$Q = a_0 + a_1.x + a_2.x^2$$

$$Q = a_0 + a_1.x + a_2.x^2 + a_3.x^3$$

$$Q = a_0.x^{a_1}$$

Equação

Tipo de equação:

a:  a0:

h0 (m):  a1:

n:  a2:

a3:

Potência:  $Q(H) = a(H - h_0)^n$

Linear:  $Q(H) = a_0 + a_1H$

Parabólica:  $Q(H) = a_0 + a_1H + a_2H^2$

Cúbica:  $Q(H) = a_0 + a_1H + a_2H^2 + a_3H^3$

em que,  $Q$  é a vazão ( $m^3.s^{-1}$ );  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  são coeficientes de ajuste das equações;  $x$  é a cota na régua linimétrica do rio (cm).

## MatLab e a Regressão - Resultados

$$Q (m^3.s^{-1}) = -30,65 + 0,2463.[Cota(cm)]$$

$$Q (m^3.s^{-1}) = -11,09 + 0,06727.[Cota(cm)] + 0,0003209.[Cota(cm)]^2$$

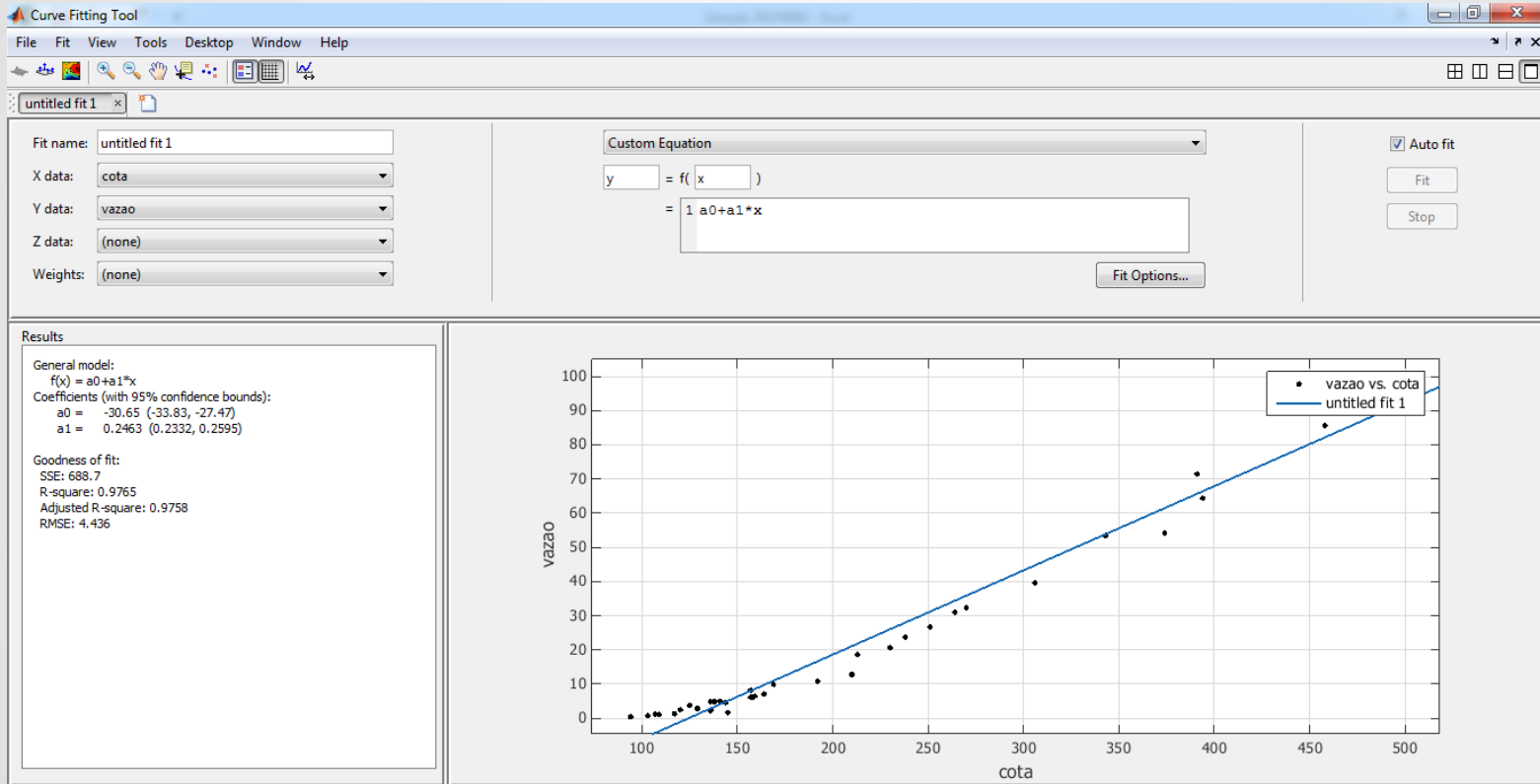
$$Q (m^3.s^{-1}) = 1,178 - 0,09916.[Cota(cm)] + 0,000975.[Cota(cm)]^2 - 7,605.10^{-7}.[Cota(cm)]^3$$

$$Q (m^3.s^{-1}) = 0,0001614.[Cota(cm)]^{2,156}$$

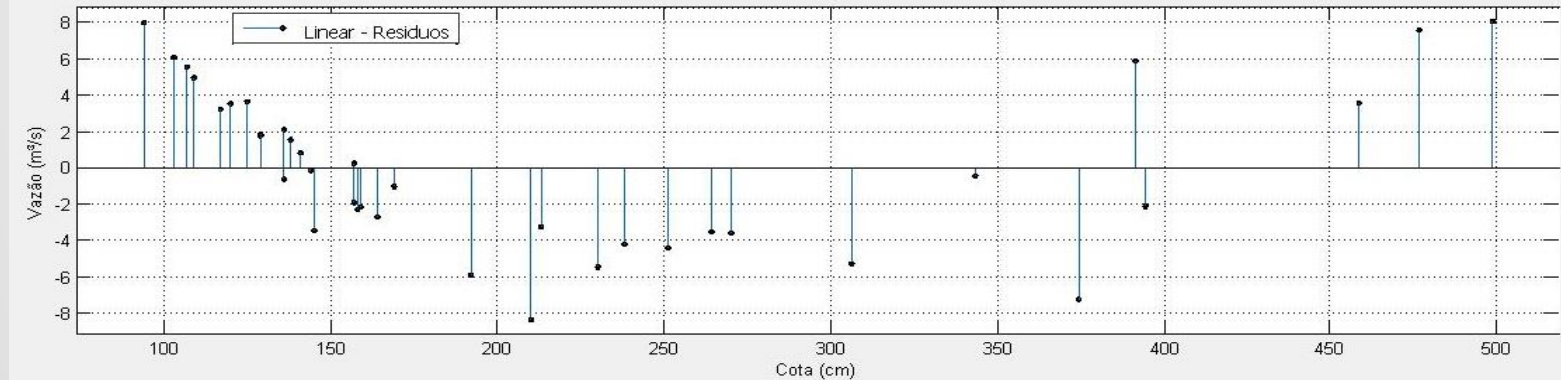
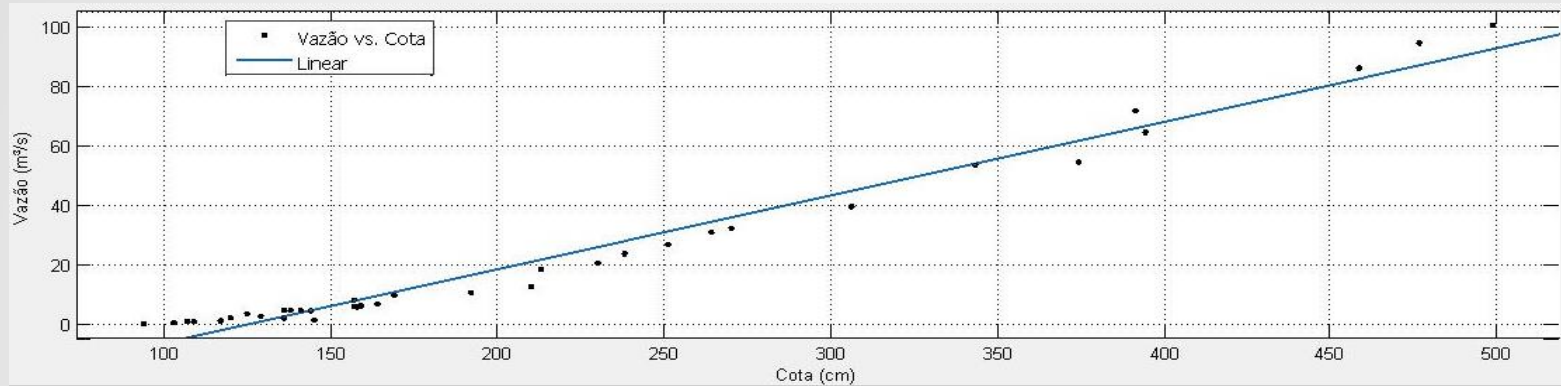




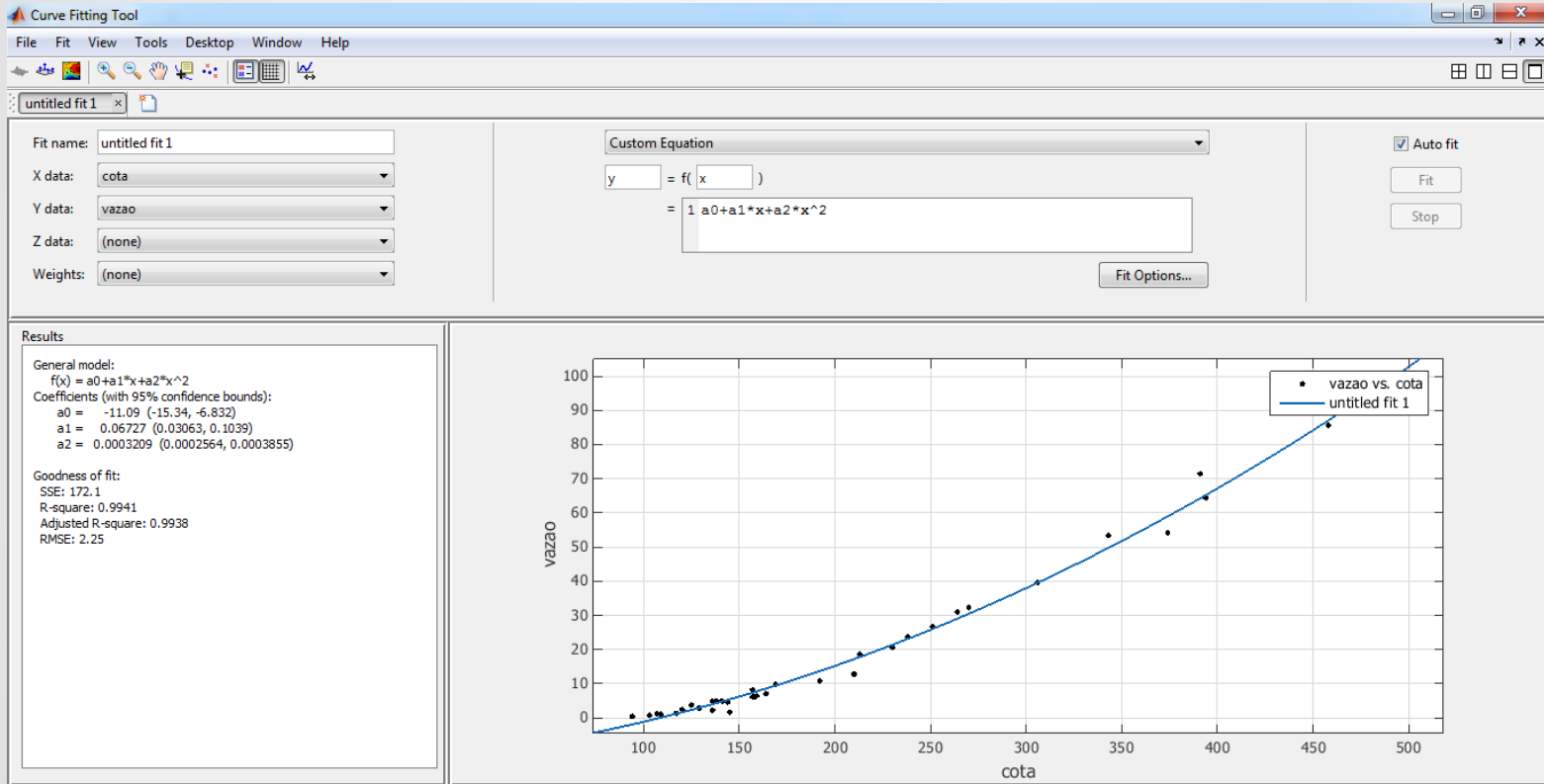
# MatLab e a Regressão - Resultados



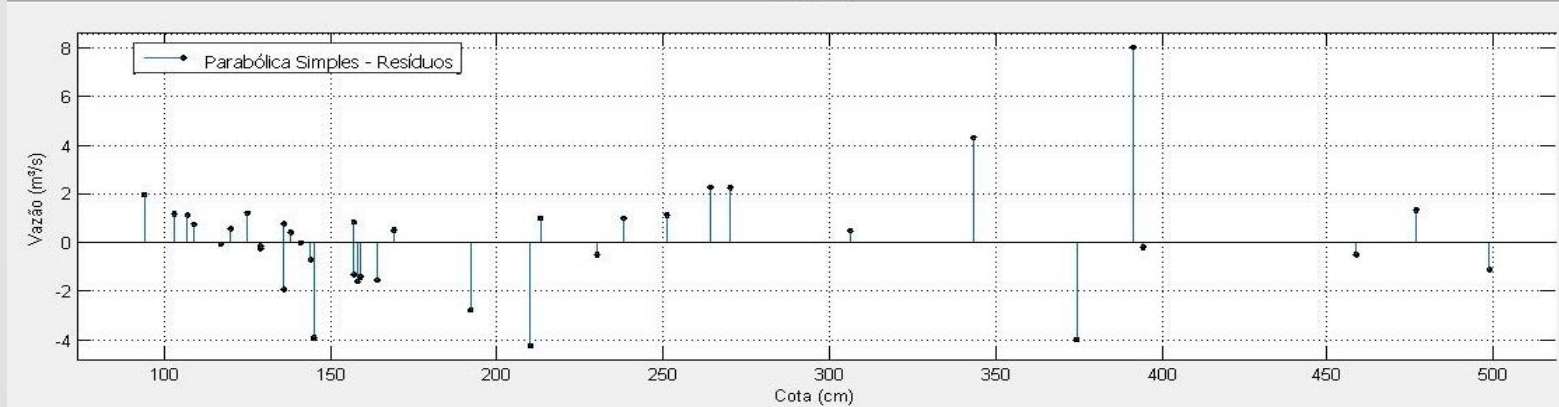
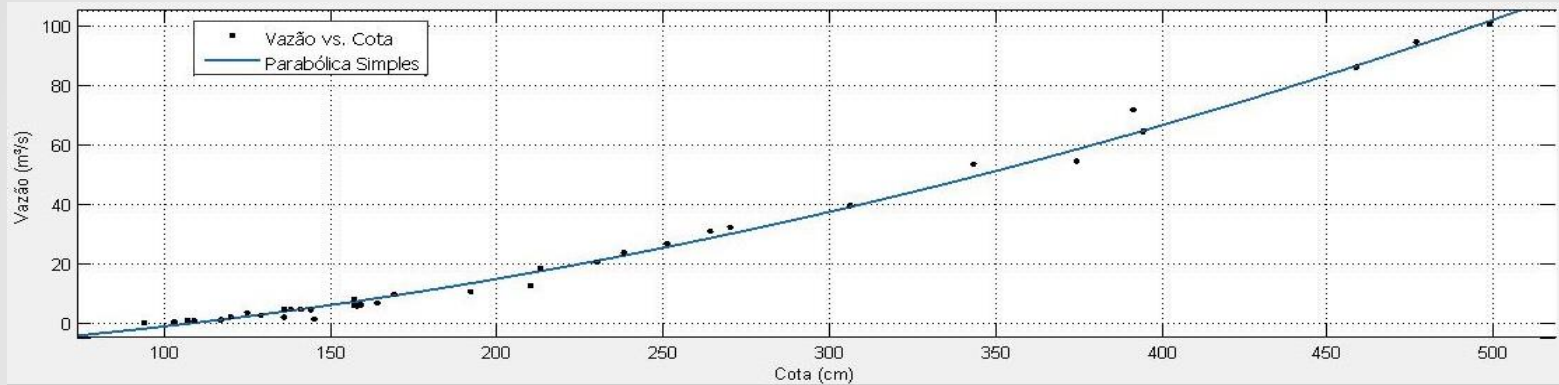
# MatLab e a Regressão - Resultados



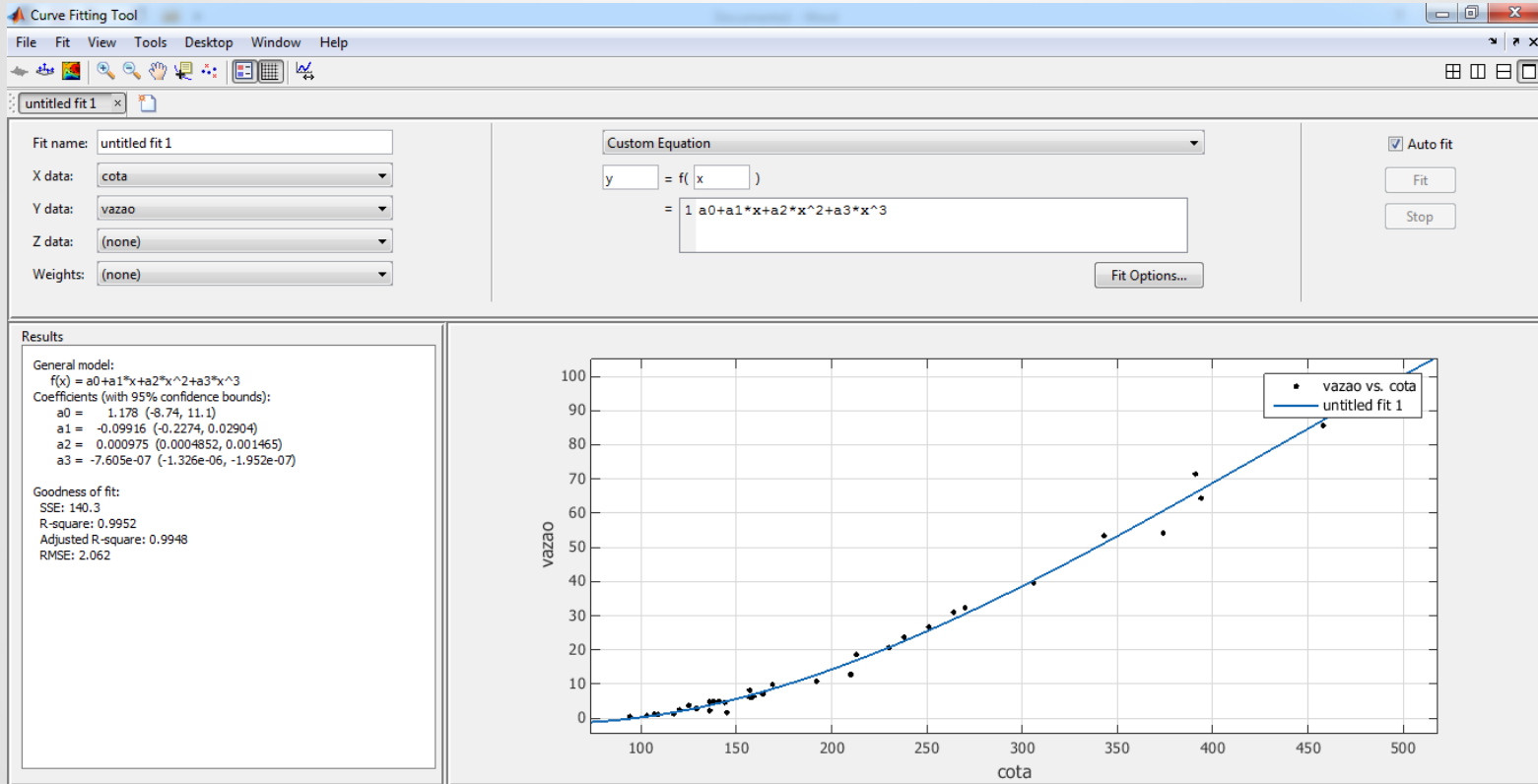
# MatLab e a Regressão - Resultados



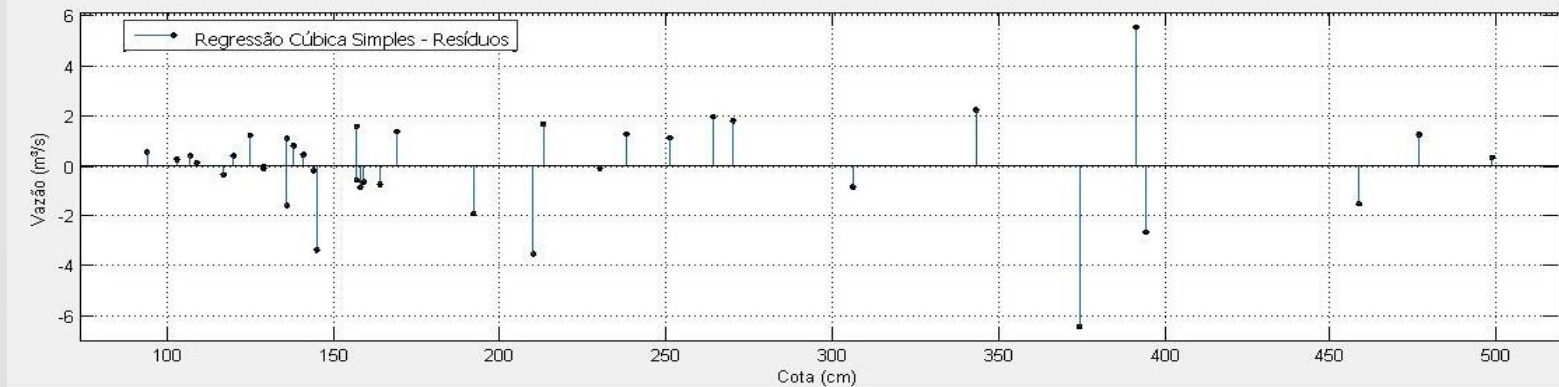
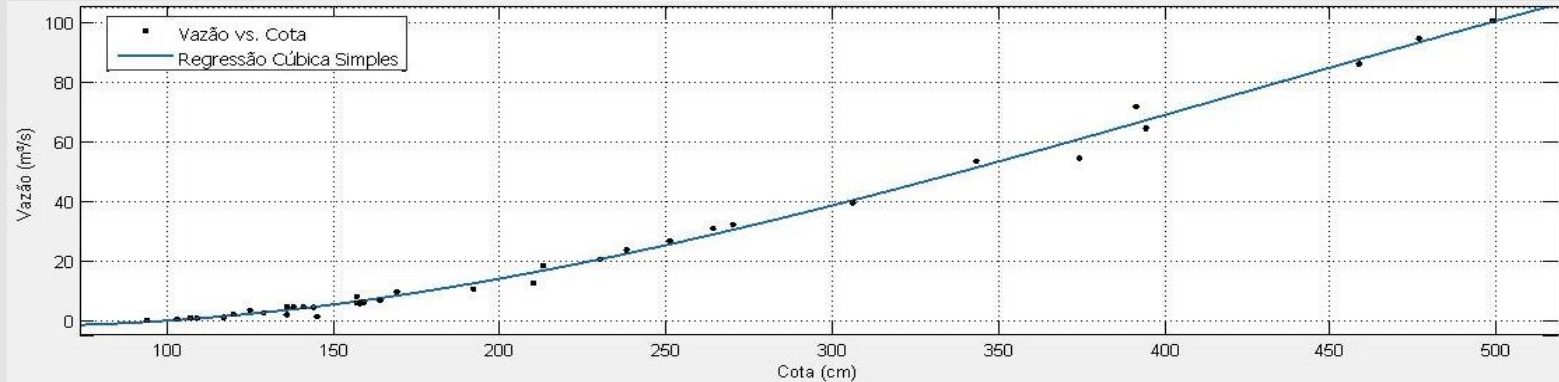
# MatLab e a Regressão - Resultados



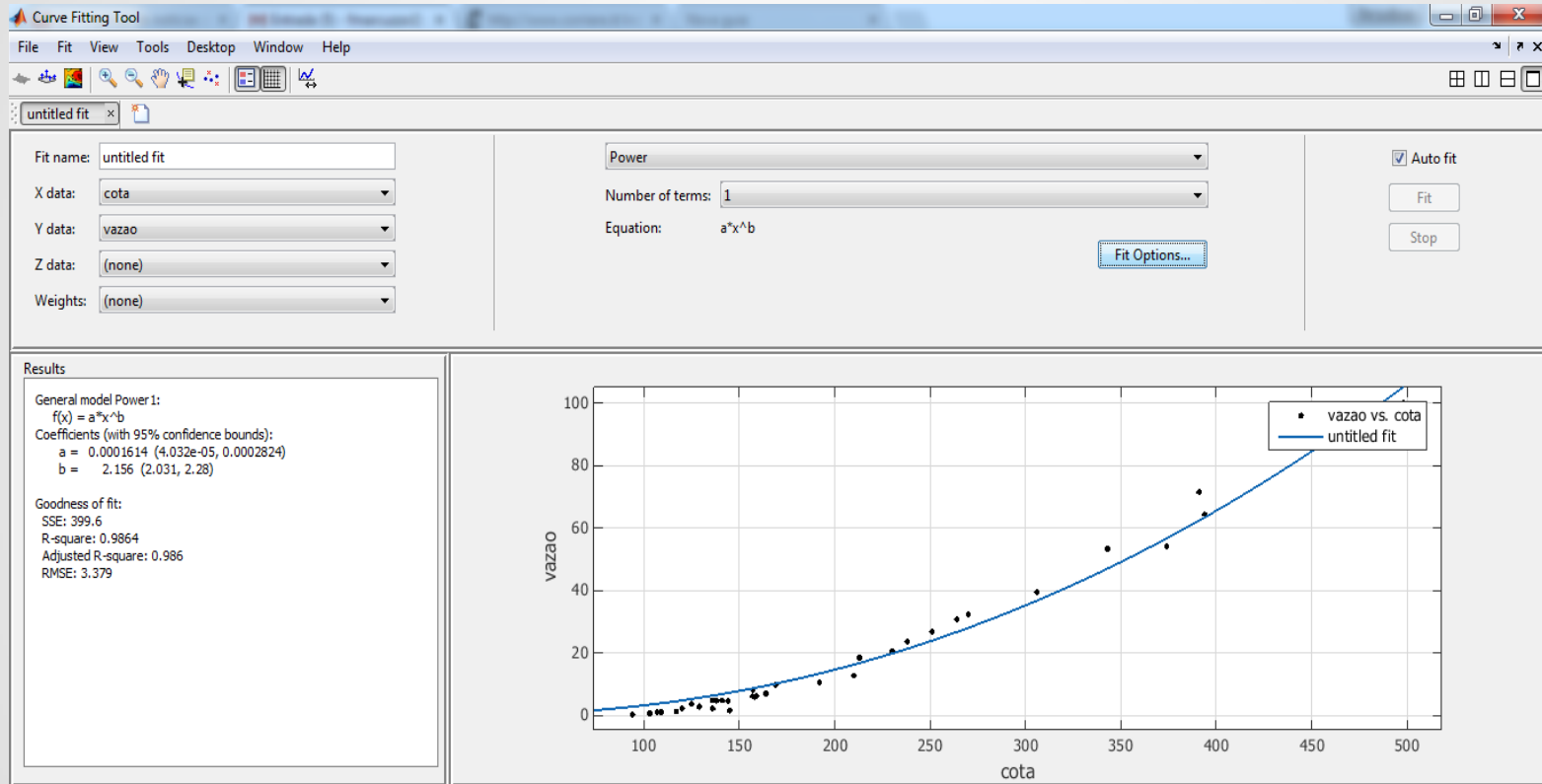
# MatLab e a Regressão - Resultados



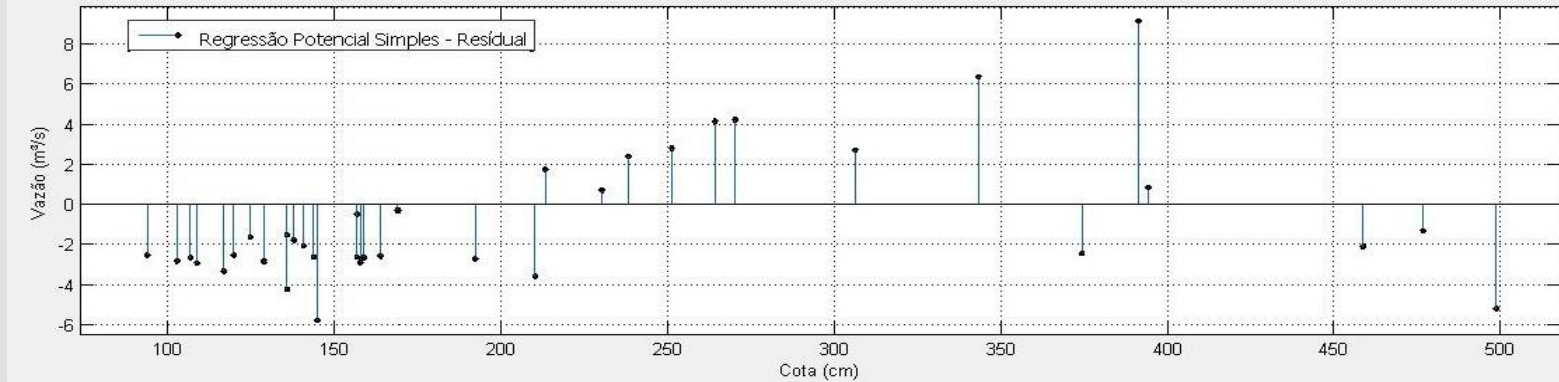
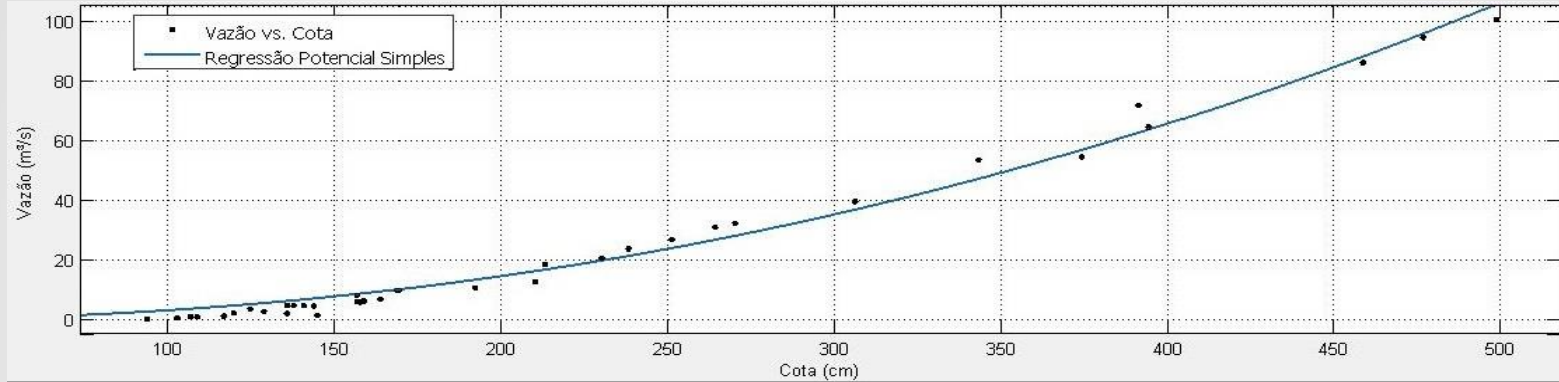
# MatLab e a Regressão - Resultados



# MatLab e a Regressão - Resultados



# MatLab e a Regressão - Resultados





# MatLab e a Regressão - Resultados

As Figuras apresentadas neste trabalho, com melhor resolução, e o código do programa MatLab desenvolvido para este trabalho, podem ser baixadas gratuitamente pelos endereços (“links”) na internet disponibilizados no Quadro 1, ou através da solicitação pelo e-mail do autor deste trabalho.

Material	Endereços (“links”) para Baixar Utilizando o Navegador de Internet
<a href="#">Figura 1</a>	<a href="https://drive.google.com/open?id=0B6T7sNg_aVgOdDBIRGdrNF9XRDA&amp;authuser=0">https://drive.google.com/open?id=0B6T7sNg_aVgOdDBIRGdrNF9XRDA&amp;authuser=0</a>
<a href="#">Figura 2</a>	<a href="https://drive.google.com/open?id=0B6T7sNg_aVgOTVhLZEM3OFY1dDQ&amp;authuser=0">https://drive.google.com/open?id=0B6T7sNg_aVgOTVhLZEM3OFY1dDQ&amp;authuser=0</a>
<a href="#">Figura 3</a>	<a href="https://drive.google.com/open?id=0B6T7sNg_aVgOcVF1b2gtV3ljSjQ&amp;authuser=0">https://drive.google.com/open?id=0B6T7sNg_aVgOcVF1b2gtV3ljSjQ&amp;authuser=0</a>
<a href="#">Figura 4</a>	<a href="https://drive.google.com/open?id=0B6T7sNg_aVgOeEI2a0ZVSEpxMlk&amp;authuser=0">https://drive.google.com/open?id=0B6T7sNg_aVgOeEI2a0ZVSEpxMlk&amp;authuser=0</a>
<a href="#">Figura 5</a>	<a href="https://drive.google.com/open?id=0B6T7sNg_aVgOZzI5N1ITVHRxRUE&amp;authuser=0">https://drive.google.com/open?id=0B6T7sNg_aVgOZzI5N1ITVHRxRUE&amp;authuser=0</a>
<a href="#">Figura 6</a>	<a href="https://drive.google.com/open?id=0B6T7sNg_aVgOMV9fbnY5VzRWNm8&amp;authuser=0">https://drive.google.com/open?id=0B6T7sNg_aVgOMV9fbnY5VzRWNm8&amp;authuser=0</a>
<a href="#">Figura 7</a>	<a href="https://drive.google.com/open?id=0B6T7sNg_aVgOQ0syZEh3NG5GRWc&amp;authuser=0">https://drive.google.com/open?id=0B6T7sNg_aVgOQ0syZEh3NG5GRWc&amp;authuser=0</a>
<a href="#">Figura 8</a>	<a href="https://drive.google.com/open?id=0B6T7sNg_aVgOY094U0F5Qjc0UEE&amp;authuser=0">https://drive.google.com/open?id=0B6T7sNg_aVgOY094U0F5Qjc0UEE&amp;authuser=0</a>
<a href="#">Figura 9</a>	<a href="https://drive.google.com/open?id=0B6T7sNg_aVgOOGNTVVM2dFFURWs&amp;authuser=0">https://drive.google.com/open?id=0B6T7sNg_aVgOOGNTVVM2dFFURWs&amp;authuser=0</a>
<a href="#">Figura 10</a>	<a href="https://drive.google.com/open?id=0B6T7sNg_aVgOWW1UU2RRa050Uzg&amp;authuser=0">https://drive.google.com/open?id=0B6T7sNg_aVgOWW1UU2RRa050Uzg&amp;authuser=0</a>
<a href="#">Figura 11</a>	<a href="https://drive.google.com/open?id=0B6T7sNg_aVgOWXBFeGhMQ2xGd2M&amp;authuser=0">https://drive.google.com/open?id=0B6T7sNg_aVgOWXBFeGhMQ2xGd2M&amp;authuser=0</a>
<a href="#">Figura 12</a>	<a href="https://drive.google.com/open?id=0B6T7sNg_aVgOSXAYv2dNS2ILZXM&amp;authuser=0">https://drive.google.com/open?id=0B6T7sNg_aVgOSXAYv2dNS2ILZXM&amp;authuser=0</a>
<a href="#">Código MatLab - Arquivo Zipado</a>	<a href="https://drive.google.com/open?id=0B6T7sNg_aVgOU3FLMXplR0ktQ1k&amp;authuser=0">https://drive.google.com/open?id=0B6T7sNg_aVgOU3FLMXplR0ktQ1k&amp;authuser=0</a>

## CONCLUSÃO

- Conclui-se que, pelo princípio que a soma dos quadrados dos erros retrata a curva-chave que menos somou desvios entre a vazão estimada pela curva-chave e a medida em campo, os tipos de regressões que menor soma de erros obtiveram, em ordem crescente de somatório de erros, foram: cúbica (“melhor”), parabólica, potencial e linear (“pior”). Entretanto, ressalta-se que a grande maioria das curvas-chave dos rios brasileiros são concebidas com a regressão potencial, mesmo essa não sendo em alguns casos, como mostrado neste estudo, o melhor tipo de traçado para descrever a relação cota versus descarga líquida de um curso d’água.
- Observando-se diferentes possibilidades metodológicas para equacionar a descrição da relação vazão versus cota linimétrica, verifica-se com isso também a necessidade de atrelar a curva-chave aos parâmetros qualitativos do traçado que nortearam o hidrologista que a concebeu, como o somatório dos erros entre a vazão calculada (estimada) e a observada (aferida) em campo, desvio relativo e absoluto, etc.



# Obrigado pela atenção!



## [www.cprm.gov.br](http://www.cprm.gov.br)

Francisco Marcuzzo  
Pesquisador em Geociências - Hidrologia

---

CPRM - Companhia de Pesquisa de Recursos Minerais  
Superintendência Regional de Porto Alegre / RS  
Rua Banco da Província, 105 – Santa Tereza  
Porto Alegre/RS - CEP 90.840-030  
Tel.: (51) 3406-7324

E-mail: [francisco.marcuzzo@cprm.gov.br](mailto:francisco.marcuzzo@cprm.gov.br)



Secretaria de  
Geologia, Mineração e  
Transformação Mineral

Ministério de  
Minas e Energia

