APLICAÇÕES DE ESTATÍSTICA BÁSICA ATRAVÉS DE EXEMPLOS GEOLÓGICOS

José Leonardo Silva Andriotti

ABSTRACT

There is little doubt that the geologist of the future will be required to make more quantitative judgements. Today Statistics is being applied in virtually every branch of Geology. Because of the importance in understanding the background of such things as sampling, distributions, significance, confidence intervals, hypothesis testing, correlation, etc, geologists need to be introduced to these subjects.

We have attempted in this paper to provide a review of the application of some statistical methods in Geology. The idea has been to introduce some basic concepts and to give examples of applications of Statistics in Geology.

INTRODUÇÃO

O presente documento apresenta, de forma introdutória, os conceitos básicos de Estatística Clássica, sempre que possível acompanhados de exemplos geológicos.

A Estatística tem sido, desde muito tempo, utilizada nos mais variados campos científicos, e tem tido, nas últimas décadas, um grande incremento de utilização nas Ciências da Terra.

Visando a uma apresentação mais simples da Estatística àqueles que com ela ainda não tiveram contato, apresentamos aqui apenas as fórmulas consideradas indispensáveis ao entendimento dos tópicos tratados, ficando algumas fórmulas e todas as demonstrações das apresentadas de fora, remetendo, assim, os interessados à consulta da vastíssima bibliografia existente a respeito do assunto (nos últimos anos a quantidade de publi-

Acta Geologica Leopoldensia	Nº 33	Vol. XIV	1991	p. 17-56

cações versando sobre a aplicação de Estatística às Ciências da Terra aumentou muito, quer sob a forma de livros quer como artigos em revistas especializadas dos vários campos da Geologia).

Estatística pode ser considerada como a Ciência que trata da coleta, condensação, análise e interpretação de dados que *variam*, podendo esta variação se dar no tempo, no espaço, nas diferentes tentativas de um experimento, no tipo de material sob estudo, etc. Os objetivos principais da Estatística são, de forma resumida, a estimação, a predição e o apoio à tomada de decisões. Durante a sua utilização se corre riscos, mas os métodos estatísticos permitem se possa medir estes riscos e, mesmo, controlá-los dentro de limites econômicos. Estudamos, através da Estatística, eventos, os quais podem, em termos probabilísticos, ser classificados em três tipos principais:

- eventos mutuamente exclusivos, que são aqueles em que a ocorrência de um exclui toda e qualquer possibilidade de ocorrência do outro. Um exemplo seria a classificação de uma rocha; uma rocha corretamente classificada em termos petrográficos como granito exclui a possibilidade de outra classificação para ela; do mesmo modo, presença e ausência de um determinado tipo de estratificação em uma rocha sedimentar são eventos mutuamente exclusivos;

- eventos independentes, que são os em que a ocorrência de um não influencia a probabilidade de ocorrência do outro, como, por exemplo, espessura de uma camada sedimentar e o teor de um determinado elemento na mesma;

- eventos dependentes, em que a ocorrência de um deles influencia a probabilidade de ocorrência do outro; pode ser o caso de elementos que ocupam a mesma posição no retículo cristalino de um mineral, em que o aumento da ocorrência de um elemento está condicionado à saída do outro elemento do retículo cristalino.

Nos modelos estatísticos se considera que o comportamento de uma determinada observação, se tomada isoladamente, é imprevisível, mas se tivermos uma grande quantidade de observações em um determinado fenômeno ele pode se tornar previsível dentro de uma determinada margem de erro. A inferência estatística trata, basicamente, das relações entre amostras e universo amostrado.

Em Estatística, como em Geologia, também se trabalha com modelos.

Em Geologia o uso de modelos é de uso corrente, como, por exemplo, quando nos referimos a ofiolitos, a greenstone belts, a sedimentações do tipo delta, a depósitos do tipo Kuroko on Chipre, e assim por diante. Modelos são simplificações da realidade, e quando definimos, por exemplo, uma determinada Formação em Estratigrafia, esta Formação é definida com uma seção-tipo. Outras ocorrências não serão absolutamente similares à ocorrência da seção-tipo, mas as similaridades permitem classificá-las conjuntamente, embora haja diferenças entre uma e outra. Pode-se dizer, utilizando uma analogia com os modelos estatísticos, que determinada ocorrência se ajusta a uma determinada definição, a uma determinada seção-tipo definida em outro lugar. Comparamos as duas ocorrências e optamos por imputar-lhes uma mesma classificação geral, não esquecendo das diferenças locais. Em Estatística também se trabalha assim. Ao dizermos que uma determinada distribuição segue a lei normal, estamos reconhecendo que, a uma determinada margem de erro quantificável, ela pode ser considerada como tal. Sua distribuição pode não se apresentar como um sino de Gauss perfeito, mas as diferenças são pequenas o suficiente para que as consideremos desprezíveis e adotemos o modelo teórico como válido para o nosso caso real.

CONCEITOS BÁSICOS

Dada uma variável aleatória X, chama-se *Universo* ou *População* ao conjunto de todos os valores da referida variável.

Um subconjunto de valores se chama *Amostra*. Em Estatística se trabalha sobre amostras e se faz inferências sobre a população; a linguagem probabilística é, então, utilizada, pois as inferências não podem ser absolutamente corretas.

Sobre amostras com N observações podemos, de início, calcular a *média* e a *variância*, assim definidas:

$$\text{média} = \bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} X_i$$

$$\text{variância} = S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (X_i - \bar{X})^2$$

A *variância* S^2 é uma estimativa de um valor exato, porém desconhecido , que é σ^2, o qual obteríamos se repetíssemos infinitas vezes o experimento. Na fórmula do cálculo de S^2 utilizamos uma estimativa da média em vez de utilizarmos o seu valor exato, o que nos leva à obtenção de uma estimativa de S^2 menos precisa. Se tivéssemos, por exemplo, uma amostra com 100 observações, estimamos S^2 com o número 99 no denominador, e teremos uma precisão equivalente à que teríamos se usássemos a média verdadeira. O número 99 corresponde aos graus de liberdade desta estimativa. Resumidamente, se usa (N-1) em vez de N para tornar a variância amostral a estimativa da variância da população.

O *desvio padrão* (S) é definido como sendo a raiz quadrada positiva do valor da variância. Assim, se os dados sob estudo forem medidos em ppm, por exemplo, o desvio padrão também será referido em ppm, ao passo que a variância teria como unidade $(ppm)^2$.

Quando fazemos inferências para as populações, passamos a designar a média como μ, a variância como σ^2 e o desvio padrão corresponde como σ.

A média aritmética, ou simplesmente média, é a soma dos valores dividido pela quantidade de valores tomados para obter esta soma.

A média aritmética ponderada é a obtida associando-se aos valores disponíveis fatores de ponderação ou pesos p; pode ser definida como

$$X_p = \frac{p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots + p_n x_n}{p_1 + p_2 + \ldots + p_n} = \sum_{i=1}^{n} p.x_i / \Sigma p$$

Se ordenarmos um conjunto de dados por ordem crescente ou decrescente, o valor que separa a série de dados em duas partes iguais se chama *mediana*. No conjunto S = (42, 43, 44, 44, 44, 45, 46, 48, 49) o valor 44 é a mediana, e no conjunto S_2 = (4, 6, 7, 8, 10, 12) a mediana será $\frac{7+8}{2} = 7,5$.

A *moda* de um conjunto de valores é o valor que ocorre com mais freqüência no conjunto de dados.

Há conjuntos de dados que não têm moda, e há conjuntos com mais de uma moda. Nos exemplos dados acima, o conjunto S_1 tem 44 com moda e o conjunto S_2 não tem moda. Análises granulométricas de rochas conglomeráticas resultam em distribuições com mais de uma moda. Distribuições polimodais podem, às vezes, refletir insuficiência de dados para definir adequadamente o conjunto de dados de que dispomos.

A relação entre média, mediana e moda para distribuições unimodais moderadamente assimétricas é

$$\text{MÉDIA} - \text{MODA} = 3\ (\text{MÉDIA} - \text{MEDIANA})$$

Para curvas simétricas as três são coincidentes.

Na figura 1 aparecem estas três medidas para distribuições com freqüências desviadas (com assimetria) à direita e à esquerda.

Uma idéia da precisão da estimativa da média pode ser obtida pela determinação do *erro padrão da média* ($S_{\bar{X}}$), pela fórmula:

$$S_{\bar{X}} = \frac{S}{\sqrt{N}}$$

Assim, se uma amostra com 100 observações tiver um desvio padrão (S) igual a 0,2 e média ($\bar{X}$) igual a 5, teremos

$$S_{\bar{X}} = \frac{0{,}2}{\sqrt{100}} = 0{,}02$$

e dizemos que a estimativa para a média é 5 +- 0,02. Como se pode observar pela fórmula, a estimativa para a média se torna mais precisa (intervalo menor) com o aumento da quantidade de observações (N).

No que diz respeito à quantidade de amostras, os livros texto consideram como amostras pequenas aquelas que tiverem um número de observações inferior a 30 ou, segundo alguns autores, inferior a 25.

A *média geométrica*, que designaremos por M_g, de N valores será a raiz enésima do produto de todos estes valores, ou

$$M_g = \sqrt[N]{x_1 . x_2 ... x_n}$$

Na prática o cálculo da média geométrica é feito com o auxílio de logaritmos.

A *média harmônica* de N valores $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n$ é definida como sendo:

$$M_h = \frac{1}{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{x_i}} = \frac{N}{\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{x_i}}$$

Se todos os números $x_1, x_2, \ldots x_n$ forem positivos e chamarmos M_a como média aritmética, M_g como média geométrica e M_h como média harmônica, então vale

$$M_h < M_g < M_a$$

valendo o sinal de igualdade somente quando $x_1 = x_2 \ldots = x_n$.

A *Raiz Média Quadrática* (*RMQ*) é definida como sendo

$$RMQ = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2}{N}}$$

Um conjunto de dados ordenados tem na mediana um divisor em duas partes iguais; por extensão a este conceito, chamam-se *quartis* aos valores que dividem o mesmo conjunto em 4 partes iguais, e são designados por Q_1, Q_2 (a mediana) e Q_3. Da mesma forma, os valores que dividem um conjunto de dados em 100 partes iguais chamam-se *percentis*; o 25º e o 75º percentis são, respectivamente, o Q_1 e o Q_3 definidos acima. Percentis são valores abaixo dos quais ocorre uma determinada proporção dos dados; assim, percentil 25 é o valor abaixo do qual se tem 25% da totalidade dos valores da amostra sob estudo. Em Sedimentologia são muito usados percentis, como na fórmula de Folk e Ward para o diâmetro médio de um sedimento, por exemplo, em que se tem

$$\text{diâmetro médio} = \frac{P_{16} + P_{50} + P_{84}}{3}$$

onde P_{16} e P_{84} são os percentis 16 e 84 e P_{50} corresponde à mediana, ou percentil 50.

Os percentis podem ser determinados graficamente através da utilização de curvas acumulativas.

A figura 2 mostra exemplos de curvas acumulativas para distribuições simétricas (a), para distribuições de freqüência com assimetria positiva ou à direita (b) e para distribuições de freqüência com assimetria negativa ou à esquerda (c).

Uma outra grandeza, que é útil para comparar distribuições de unidades diferentes, mas que tem pouca utilidade quando $\bar{X}$ se aproxima de zero é o *coeficiente de variação (CV)*:

$$CV = \frac{S}{\bar{X}}$$

Em geral, quando CV > 1 aconselha-se fazer transformação logarítmica dos dados. O coeficiente de variação dá uma idéia da precisão do experimento. Se multiplicado por 100 passa a ser expresso em percentagem.

O coeficiente de variação dá uma idéia da regularidade dos corpos mineralizados que estão sendo estudados. Valores de CV inferiores a 40% são comuns em depósitos regulares, como jazidas de carvão, ferro, bauxita e argilas.

Depósitos irregulares apresentam valores entre 40% e 100%, como é o caso de depósitos de carbonatitos, cobre e níquel em rochas básicas e ultrabásicas e outros. São considerados muito irregulares ou depósitos que têm valores de CV superiores a 100%, como é o caso de depósitos de ouro, platinóides e pedras preciosas, entre outros. Quando há correlação positiva entre as magnitudes de $\bar{X}$ e de S, isto é, quando eles "covariam", o CV não é um índice válido.

Chama-se *variável reduzida* (z) a que mede o desvio em relação à média, e é definida como valendo

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Também se conhece z pelo nome de valor padronizado.

ASSIMETRIA E CURTOSE

A *assimetria* é o grau de desvio de uma curva no sentido horizontal, podendo este desvio ser positivo, com excesso de valores altos, ou negativo, com predomínio de valores baixos.

A assimetria é dada pela fórmula $A_3 = \sum_{i=1}^{N} (X_i - \bar{X})^3 / N.S^3$

Para uma distribuição normal simétrica se tem $A_3 = 0$.

Para distribuições assimétricas a média tende a se situar do mesmo lado da moda, onde a cauda da curva de distribuição é mais longa; por isso, uma outra medida de assimetria por ser obtida pela seguinte fórmula:

$$\text{Assimetria} = \frac{\bar{X} - \text{moda}}{S} = \frac{3(\bar{X} - \text{mediana})}{S}$$

Pode-se, assim, dizer que a assimetria é uma medida do grau de afastamento da média de uma distribuição em relação à sua moda e à sua sua mediana. Em Sedimentologia é muito usado o conceito de assimetria.

Duas curvas de freqüência de dados granulométricos com os mesmos diâmetros médios e mesmo grau de dispersão podem diferir entre si por terem diferentes graus de assimetria. Estudos mostram haver relações genéticas entre os agentes de transporte de sedimentos e as assimetrias verificadas nos mesmos.

O coeficiente de assimetria é mais sensível ao efeito causado por valores erráticos que a variância, pois a diferença em relação à média utilizada na fórmula é cúbica, ao passo que no cálculo da variância é quadrática.

A *curtose* é o grau de achatamento de uma curva em relação a uma curva representativa de uma distribuição normal. Designa-se como *leptocúrtica* a curva com um pico elevado, *platicúrtica* a uma curva achatada e *mesocúrtica* a intermediária.

A curtose é dada por $A_4 = \sum_{i=1}^{N} (X_i - \bar{X})^4/N.S^4$

Uma curva normal terá assimetria igual a zero e curtose igual a três, e diz-se que uma curva terá sido bem ajustada ao modelo normal se

$$\frac{A_3}{\sqrt{6/N}} \leq \pm 3 \quad \text{e} \quad \frac{A_4 - 3}{2\sqrt{6/N}} \leq \pm 3$$

DISTRIBUIÇÕES

Quando se faz um tratamento estatístico de dados se os distribui em *classes* ou *categorias*, sendo a quantidade de elementos pertencentes a cada classe denominada de *freqüência da classe*. Os *intervalos de clas-*

se são representados usualmente pelos seus pontos médios, e a determinação da quantidade de intervalos é obtida através de fórmulas que são função do número de dados; a bibliografia especializada indica que um número adequado está situado entre cinco e vinte intervalos.

Um critério largamente utilizado é o de Sturges:

$$K = 1 + 3{,}3 \log_{10} N$$

onde K é o número de intervalos de classe e N é o número de dados de que dispomos.

Em Geoquímica se usa também intervalos de classe determinados pela fórmula de *Levinson:*

$$K = 10 \log_{10} N$$

Histograma é uma figura que consiste em um grupo de retângulos que têm por base o eixo das abcissas e por ponto médio o valor central do intervalo de classe, e se todos estes intervalos forem iguais (o que é indicado, para evitar correções), as alturas destes retângulos serão proporcionais às freqüências de classe, e se toma as alturas como iguais às freqüências.

Se se dispõe de muitas observações e se se diminuir os intervalos de classe se percebe que os histogramas se aproximam de curvas chamadas *curvas de freqüência*, que podem ser simétricas ou em forma de sino, como a *normal*, ou assimétricas, com ramos mais alongados, ou ainda pode assumir outras formas.

Um *polígono de freqüência* é feito plotando-se os valores de freqüência contra os valores médios dos intervalos e unindo-se os pontos consecutivos; tem-se, assim, uma linha com quebras que nos dá uma idéia da distribuição. A passagem do histograma à curva de freqüência se dá por detalhamento do primeiro, com diminuição da amplitude dos intervalos de classe. A figura 3 é um exemplo disto.

Dentre os vários tipos de distribuição nos ateremos às mais utilizadas em Geologia, a *distribuição normal* e a *distribuição lognormal*.

Uma distribuição importante é a *normal* ou de *Gauss*. Sendo X uma variável aleatória contínua, X terá uma distribuição normal se:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{(x - \mu)}{\sigma}\right)^2}$$

onde μ e σ^2 são respectivamente a média e a variância da variável.

A variável Z é dita *Normal Padronizada* se $z = \frac{X - \mu}{\sigma}$, e terá média igual a zero e variância igual a um.

A curva normal é simétrica em relação à origem ($X = \mu$ ou $z = 0$) e a função tende a zero se X ou z tender para $\pm \infty$ tem, a função, dois pontos de inflexão ($X = \mu \pm \sigma$ ou $z = \pm 1$).

Considerando a área total sob a curva como igual a 1 (ou 100%), a variável X terá como probabilidade de ocorrência entre X_1 e X_2, um valor igual à área sob a curva compreendida entre estes dois valores.

As probabilidades de ocorrência de valores entre $X \pm \sigma$, $X \pm 2\sigma$ e $X \pm 3\sigma$ estão expostas na figura 4.

Exemplos de distribuição normal em variáveis geológicas seriam a espessura de camadas sedimentares, os teores percentuais de óxidos principais em litogeoquímica ($SiO2$, $TiO2$, $A\ell 2O3$, $Fe2O3$, FeO, MnO, MgO, CaO, $Na2O$, $K2O$, $P2O5$, porosidade de arenitos, teores de elementos químicos em jazidas de alto teor, etc).

A *distribuição lognormal* é aquela em que os logaritmos dos dados apresentam uma distribuição normal, e se usa parâmetros baseados apenas nos logaritmos dos dados para se fazer estudo estatístico. Dispersões de ouro usualmente se apresentam como lognormais, bem como de platinóides, metálicos e elementos menores (litogeoquímica).

É uma distribuição típica de jazimentos de baixo teor.

Distribuição lognormal é uma distribuição normal dos logaritmos dos dados, em qualquer base. Há variáveis que apresentam curvas de distribuição normal, mas sua natureza real já incorpora uma transformação logarítmica, como os casos do pH e do tamanho dos grãos dos sedimentos quando referidos na escala ϕ (phi).

Outros tipos de distribuição também ocorrem em Geologia. Entre elas pode-se destacar a *distribuição binominal*. A distribuição binominal é aquela em que só dois eventos podem ocorrer, e a soma das suas probabilidades de ocorrência vale 1 (100%). Pode ser o caso de estratificação cruzada em arenito, em que p é a probabilidade de estar presente e q a probabilidade de que não ocorra; tem-se $p + q = 1$, e não há terceira possibilidade.

GRÁFICOS DE PROBABILIDADE

Os *gráficos de probabilidade* são construídos com os valores acumulados de uma distribuição, com os valores da variável plotados contra os respectivos valores acumulados. Este tipo de gráfico é muito sensitivo ao afastamento da normalidade e, em conseqüência, ao reconhecimento da presença de múltiplas populações no conjunto de dados plotado. Deve-se ter, entretanto, muito cuidado na utilização dos gráficos de probabilidade. No caso de uma única população com distribuição normal os pontos do gráfico tendem a se dispor segundo uma reta; as "quebras" presentes nos gráficos de probabilidade não indicam, obrigatoriamente, a presença de múltiplas populações no nosso conjunto de dados, elas representam modificações nas características das freqüências acumuladas em diferentes intervalos, e este fato deve ser estudado em detalhe, explorado mesmo. O que não se pode é "ver" coisas demais em um gráfico de probabilidade; bom alinhamento dos pontos não é uma garantia definitiva de uma boa estimativa, bem como a presença de "quebras" no gráfico não é um fator condenatório da estimativa. Na figura 5 temos o gráfico de probabilidade para os valores brutos de 123 dados de espessura de uma camada de carvão da jazida de Butiá-Leão (RS), onde se pode perceber o alinhamento dos pontos.

Para se cheggr à conclusão que uma distribuição amostral se ajusta a uma distribuição normal, por exemplo, deve-se examinar, pelo menos, o histograma, o coeficiente de variação, os valores de assimetria e curtose, o gráfico de probabilidade, aplicar os testes de aderência X^2 e *Kolmogorov-Smirnov* e verificar a distribuição dos dados ao redor da média.

INTERVALOS DE CONFIANÇA E TESTES DE HIPÓTESES

Se se tiver uma distribuição de uma estatística S aproximadamente normal, de média u_s e desvio padrão σ_s, está-se autorizado a esperar, ou a estar confiante de encontrar u_s no intervalo $S + \sigma_s$ em aproxinadamente 68,27% das vezes, ou no intervalo $S \pm 2\sigma_s$ em cerca de 95,45% das vezes ou ainda no intervalo $S \pm 3\sigma_s$ em cerca de 99,73% das vezes.

Chama-se 68,27%, 95,45% e 99,73% de *intervalos de confiança*, neste exemplo, para avaliação de μ_S, sendo os extremos de cada intervalo os *limites de confiança*. Do mesmo modo se tem que $S \pm 1,96\ \sigma_S$ e $S \pm 2,58\ \sigma_S$ são os limites de confiança para S para os intervalos respectivos de 95% (ou 0,95) e 99% (ou 0,99). Os valores 1,96 e 2,58 são chamados de *coeficientes de confiança* (a estatística S pode ser a média amostral, a notada por $\bar{X}$, e se terá, para intervalos de confiança de 0,95 e 0,99, para estimar μ_S, $\bar{X} \pm 1,96\ \sigma_{\bar{X}}$ e $\bar{X} \pm 2,58\ \sigma_{\bar{X}}$, respectivamente.

Embora estejamos dando exemplos utilizando valores como 0,95 e 0,99, deve-se ter em mente que os *intervalos de confiança (ou níveis de confiança ou confiabilidade)* devem ser sempre determinados pelo técnico que faz o estudo, variando este valor de acordo com o interesse do mesmo para o caso em estudo e com a exigência de precisão que é exigida no caso.

No exemplo acima se pode afirmar que Y% (95,99%, etc.) das vezes o intervalo ($\bar{X} \pm 1,96\ \sigma_{\bar{X}}$ ou $\pm 2,58\sigma_{\bar{X}}$) contém a verdadeira média, o que não é o mesmo que 95% ou 99% é a probabilidade de μ_S cair dentro do intervalo, que é uma afirmação incorreta, pois μ_S é um número e, assim, está ou não está dentro do intervalo referido.

Designando por α o nível de confiança, a figura 3 mostra o que se tem quando α = 5% (0,05).

Ao se admitir uma hipótese qualquer como verdadeira,testa-se a sua validade para determinados níveis de confiança através dos chamados *testes de hipóteses*.

Ao se trabalhar sobre testes de hipóteses se pode cometer dois tipos de erro, referidos como I e II. Comete-se o *erro do tipo I* quando se rejeita uma hipótese que deveria ser aceita, e o *erro do tipo II* é feito ao se aceitar uma hipótese que deveria ser rejeitada. O aumento no número de amostras reduz a possibilidade de se incorrer em um destes tipos de erro.

Os testes de hipóteses podem ser *bilaterais* ou *unilaterais*, nos *bilaterais* se testa os dois extremos da distribuição, mas se se tiver interesse em apenas um lado da média se usa os *unilaterais* (quando se testa, por exemplo, se um processo é melhor que outro; no caso bilateral testaríamos se um dado processo é melhor ou se é pior que outro). Nos unilaterais a região crítica está em um só lado da distribuição e sua área tem o valor do nível de significância.

Os valores críticos (denominados z_{tab}), para um mesmo nível de significância α, têm valores diferentes para testes unilaterais e bilaterais. Para $\alpha = 0,05$, por exemplo, se tem $z_c = \pm 1,64$ para testes unilaterais e $z_c = \pm 1,96$ para testes bilaterais, para $\alpha = 0,01$ estes valores são respectivamente $\pm 2,33$ e $\pm 2,58$.

Calcula-se os intervalos de confiança (vamos exemplificar aqui com os intervalos de confiança para a média) utilizando-se a seguinte fórmula:

$$\bar{X} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{N} \leq \mu \leq \bar{X} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{N}$$

sendo o z referido a um nível de confiabilidade pré-estabelecido e tendo como valor para graus de liberdade o valor (N-1). Para pequenas amostras a média amostral tem uma distribuição t, e, assim, se substitui z por t na fórmula acima.

O valor $z \cdot \frac{S}{\sqrt{N}}$ ou $t \cdot \frac{S}{\sqrt{N}}$ chama-se limite de acuracidade, constitui o erro máximo de estimativa, e indica o afastamento máximo que o parâmetro μ pode ter em relação aos limites de confiança para um certo nível de confiabilidade. Se, por exemplo, o intervalo de confiança ($\alpha = 0,05$) for $65 < \mu < 70$ o erro máximo de estimativa é 2,5, isto é, tem-se uma probabilidade de 95% de que a média da população (desconhecida) se afaste 2,5 de 65 ou de 70. Para um α fixo só se diminui o intervalo pelo aumento da quantidade de observações (N).

Pode-se afirmar, então, que pode-se estar $(1-\alpha)$% seguro de que o intervalo de confiança determinado para um certo α contenha o valor verdadeiro (e desconhecido) de μ.

Os limites de confiança para um dado estatístico só podem ser aproximados (redução do intervalo) por aceitação de um nível de confiabilidade mais baixo ou por aumento do tamanho da amostra.

Com relação à escolha entre z e t, tem-se que, para amostras com reduzido número de observações (30 ou menos) a aproximação à distribuição normal não é a mais adequada, e usamos, então, a distribuição t. A diferença principal entre elas é que a distribuição t tem área maior nas caudas, o que resultará que, a um nível de confiança estabelecido, o valor de t será um pouco superior ao valor respectivo de z. Por outro lado, a distribuição normal não depende do tamanho da amostra, e a distribuição t depende.

Na escala z tomamos a média como origem e o desvio padrão como medida de afastamento a partir da média; assim, z assume valores negativos para valores da variável inferiores à média e positivos para valores superiores à média; a média da distribuição vale zero, pois a média dista zero de si mesma.

Para pequenas amostras ($N < 30$) tanto t como z exigem que a população tenha distribuição normal, o que, para amostras maiores, não é imperativo. Em presença de uma distribuição da população que se ajuste à distribuição normal, usaremos z se conhecermos σ_x e usaremos t quando conhecermos apenas S_{xi} se $N \geqslant 30$, o valor de t pode ser aproximado pelo valor de z, pois que são aproximadamente iguais.

TESTE t (STUDENT) E TESTE F (SNEDECOR)

Uma distribuição t é similar a uma distribuição normal, mas depende do número de amostras utilizado; quando a quantidade de amostras for infinito ambas serão idênticas. É necessário o conhecimento dos *graus de liberdade* envolvidos, que são definidos como sendo o número de observação em uma amostra menos o número de parâmetros estimados a partir da amostra, ou o número de observações em excesso em relação às necessárias para estimar os parâmetros da distribuição. São números inteiros positivos.

Assim, se tivermos 5 valores a média será estimada com 5 graus de liberdade e a variância com quatro.

No teste t testamos a equivalência de médias, e inicialmente se formula uma hipótese chamada *hipótese nula*, ou H_o, que estabelece $\mu_o = \mu_1$, e uma *hipótese alternativa* H_1: $\mu_o \neq \mu_1$. A possibilidade de que o erro do tipo I ou α seja cometido deve ser determinado pelo técnico antes da execução do teste, e, com o fito de diminuir a chance de se incorrer no erro do tipo II, ou β, se formula uma hipótese nula com intenção para não ser aceita; assim, se conhece o erro do tipo I (α)e não se incorre no risco de erro do tipo II (β). A interpretação do resultado é importante: demonstra-se, a certos níveis de confiabilidade, o que as coisas não são, sem, entretanto, definir o que elas são.

Este teste, como os outros, implica a não existência de influências em populações com distribuição normal. Podem ser aplicados entre grupos (uma mesma variável em duas distribuições, como a equivalência de um certo elemento em duas frações granulométricas) ou entre pares (entre indivíduos relacionados entre si mas de grupos distintos, como amostras e suas respectivas duplicatas de campo, por exemplo).

Na prática a distribuição t é usada somente para pequenas amostras conforme já citado anteriormente.

Com relação ao uso de testes unicaudais ou bicaudais, de um modo geral se usa os unicaudais quando se está em busca de definições que podem ser resumidas por frases assimétricas, como "mais que", "menos que", "pior do que", "melhor do que", etc., e os testes bicaudais são melhor aplicáveis em situações reconhecíveis por fases simétricas do tipo "diferente de", "desigual", "mudado para pior ou para melhor" e outras.

Nos testes bicaudais α é distribuído igualmente nas duas caudas, $\alpha/2$ em cada uma, e nos testes unicaudais o valor de α se concentra em apenas uma cauda da distribuição.

O teste t é usado para testar populações cujas variâncias não se conhece e para estudo do μ.

Para se testar a hipótese de que 2 amostras provenham de uma mesma população de distribuição normal se usa

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S\sqrt{\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}}}$$

onde:

$$S = \sqrt{\frac{(N_1 - 1)\, S^2_1 + (N_2 - 1)\, S^2_2}{(N1 + N2 - 2)}}$$

e os graus de liberdade para a identificação do valor tabelado de t valem (N1 + N2 - 2).

O teste t, bem como o F, que será visto a seguir, derivam dos parâmetros $\bar{X}$ e S, daí serem chamados testes paramétricos.

No teste F de Snedecor visamos à determinação da equivalência das variâncias, e se faz F = S, sendo sempre $S_1 2 \geqslant S_2 2$, sendo as duas variáveis independentes.

Tem-se $H_o : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ e $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

Os valores de F das tabelas são maiores que um por terem sido construídas levando em consideração que $S_1^2 \geq S_2^2$.

Se as variâncias não forem significativamente (ou seja, ao nível de significância estabelecido) diferentes se testa as médias.

As distribuições não precisam ter, necessariamente, o mesmo número de graus de liberdade. Deve-se ter, sempre, os graus de liberdade do numerador e do denominador para entrar em uma tabela F em busca de um valor tabelado.

O procedimento básico para aplicação dos testes acima citados seria:

1º Formulação das hipóteses

teste t: $H_o : \mu_o = \mu_1$ $\quad$ teste F: $H_o : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_1$ $\quad$ $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

2º Estabelecimento de α (nível de confiança)

3º Leitura do valor crítico z_{tab} (z tabelado) para o α estabelecido (t_{tab} para pequenas amostras) ou F_{tab}

4º Cálculo do valor z_{calc} (t_{calc} para pequenas amostras) ou F_{calc}

teste t:

$$z_{calc} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{N_1} + \frac{\sigma_2^2}{N_2}}}$$

teste F:

$$F_{calc} = \frac{S_1^2}{S_2^2}, \quad S_1^2 \geq S_2^2$$

5º Se faz a comparação $z_{tab} \times z_{calc}$ ($t_{tab} \times t_{calc}$ para pequenas amostras) ou $F_{tab} \times F_{calc}$

teste t:

$$z_{calc} > z_{tab} : \text{rejeita-se } H_o$$

$$z_{calc} \leq z_{tab} : \text{aceita-se } H_o$$

teste F

$$F_{calc} > F_{tab} : \text{rejeita-se } H_o$$

$$F_{calc} < F_{tab} : \text{aceita-se } H_o$$

QUI - QUADRADO (χ^2)

Por meio do teste de *Qui-Quadrado* podemos testar se uma dada distribuição está bem ajustada, tem aderência, a um modelo teórico conhecido, seja ele normal, lognormal ou outro; a distribuição de χ^2 depende dos graus de liberdade, ou seja, do número de observações envolvidas. Na figura 7 pode-se visualizar a distribuição de qui-quadrado para alguns graus de liberdade estabelecidos. Do mesmo modo como nos testes t e F, o teste de χ^2 é definido segundo níveis de confiabilidade.

Os graus de liberdade são definidos pela freqüência total (N) menos o número de parâmetros populacionais (K) a serem estimados pelas observações amostrais, ou seja, (N-K).

Qui-Quadrado pode ser expresso como segue:

$$\chi^2 = \frac{(O_1-E_1)^2}{E_1} + \frac{(O_2-E_2)^2}{E_2} + \ldots + \frac{(O_K-E_K)^2}{E_K} = \sum_{j=1}^{K} \frac{(O_j-E_j)^2}{E_j}$$

onde O_j são as freqüências observadas e E_j as freqüências esperadas, e $\Sigma O_j = \Sigma E_j = N$.

Pode-se também escrever $\chi^2 = \Sigma \dfrac{O_j^2}{E_j} - N$

Quando $\chi^2 = 0$ as freqüências observadas e esperadas coincidem de forma exata, e quanto maior χ^2 maior será a discrepância entre elas.

A distribuição de χ^2 não é centrada em zero, mas positiva inteiramente; assim, é um teste unilateral em que a região de rejeição está à direita. Seus valores são sempre positivos (ou iguais a zero) por serem calculados com quadrados de desvios.

É rotineira a utilização das *tabelas de contingência* com o objetivo de estudar a relação entre as variáveis estudadas. A tabela a seguir é um exemplo, estando colocadas as freqüências observadas e, entre parênteses, as esperadas. O número total de observações é 400.

Pelas tabelas de contingência se pode testar se as variáveis destas tabelas são dependentes ou independentes.

CARACTERÍSTICA ESTUDADA

	MUITO BAIXO	BAIXO	ALTO	MUITO ALTO	TOTAIS
Nível A	18 (27)	29 (39)	70 (64)	115 (102)	232
Nível B	17 (13)	28 (19)	30 (32)	41 (51)	116
Nível C	11 (6)	10 (9)	11 (14)	20 (23)	52
TOTAIS	46	67	111	176	400

Faz-se uma hipótese H_o; se, para esta H_o, o valor calculado for maior que certos valores críticos, como, por exemplo, $\chi^2_{0,95}$ ou $\chi^2 0,99$ (para os níveis de significância 0,05 e 0,01, respectivamente), se obtém como conclusão que as freqüências observadas e esperadas diferem de modo sifnificativo e se rejeita a hipótese H_o, considerado o nível de significância com o qual se trabalha.

Para a utilização do teste χ^2, a teoria mostra que quando há intervalos de classe com freqüência inferior a cinco (isto é, menos de 5 observações no intervalo) o resultado se afasta da distribuição teórica de χ^2, o que ocasiona erro e redução do poder do teste, isto é, da validade de sua utilização. Na prática, não se deve ter mais que 20% das classes com freqüência absoluta inferior a cinco.

O teste de χ^2 é não paramétrico, o que quer dizer que sua aplicação não depende das funções densidade de probabilidade das variáveis estudadas. Uma de suas aplicações mais importantes é justamente testar se uma amostra poderia ou não ter sido retirada de uma população com uma certa função densidade de probabilidade.

KOLMOGOROV — SMIRNOV

O teste de *Kolmogorov - Smirnov* também pode ser utilizado para verificação de aderência de distribuições, como o teste χ^2, sendo inclusive mais eficaz em certos casos, por ser mais sensível aos desvios nas caudas das distribuições em que as freqüências são baixas, por exemplo.

As distribuições observada e esperada são plotadas (de forma cumulativa) conjuntamente, e observamos a diferença máxima existente entre as duas e comparamos este valor com um valor crítico de tabela. Pode ser unilateral ou bilateral este teste: no caso bilateral H_o estabelece que as classes de distribuição observadas são iguais ao modelo hipotético, e na unilateral H_o estabelece que todas as classes de distribuição dos valores observados são iguais ou menores que as do modelo hipotético, ou que são iguais ou maiores que as do mesmo.

O teste *Kolmogorov - Smirnov* pode, assim, ser usado para testar a hipótese de que duas distribuições de freqüências amostrais cumulativas pretençam a populações que tenham as mesmas distribuições. A solução depende de um procedimento gráfico para determinar um valor para D (desvio vertical máximo, medido diretamente no gráfico, entre as duas distribuições de freqüências amostrais cumulativas). Se D for maior que um certo valor tabelado, a um nível de confiabilidade determinado, não se pode concluir que as duas distribuições de freqüência que estão sendo comparadas possam ter sido originadas de uma mesma população.

Entre as vantagens pode-se citar a facilidade de uso, via procedimento gráfico, além de ser, também, um teste não paramétrico, isto é, nenhuma suposição prévia sobre a forma da distribuição de freqüência precisa ser feita; não está, tampouco, sujeito à limitação de tamanho de amostra ou de quantidade de observações por classe, como ocorre com o teste de χ^2.

A figura 8 mostra, de forma esquemática, o teste Kolmogorov-Smirnov.

O valor do D máximo pode ser obtido por gráfico, como mostra a referida figura.

Para o caso em que uma das populações for teórica (teste de aderência para normalidade ou lognormalidade, por exemplo) se pode simplificar e estabelecer o intervalo de confiança ao redor da distribuição cumulativa estimada como valendo

$$\pm\ 1{,}36\ \sqrt{N}$$

onde N é o número de observações da amostra disponível.

O valor 1,36 é o utilizado quando se trabalha com um nível de confiabilidade de 95%; se for 99% se o substitui por 1,63.

Uma diferença básica em relação ao teste de χ^2 é que este último usa freqüências não acumuladas, que são as utilizadas no Kolmogorov-Smirnov. De um modo geral o teste de χ^2 é mais preciso e mais confiável.

CORRELAÇÃO LINEAR

As idéias sobre *correlação linear* que serão aqui comentadas tendo por base duas variáveis são válidas, entretanto, para mais de duas variáveis. Assim, os termos *correlação* e *regressão simples* tratam de duas variáveis, acima de duas se está estudando *correlação* e *regressão múltiplas*.

Quando, ao se estudar duas variáveis, se verificar que aos valores baixos de uma correspondem os valores baixos de outra, o mesmo ocorrendo com os valores elevados e os intermediários, se pode supor existir entre elas uma certa relação. Se, ao plotarmos os valores destas duas variáveis sobre um sistema de eixos perpendiculares, verificarmos que os pontos se dispõem nas proximidades de uma reta dizemos haver, entre as variáveis em estudo, uma *correlação linear*; se além disso verificarmos que ambas crescem juntas, ela será *direta* ou *positiva*, mas se ao crescimento de uma corresponder o decréscimo da outra ela será *inversa* ou *negativa*.

Além da correlação linear há outros tipos, como nos casos em que os pares se dispõem sobre o diagrama de dipersão segundo uma curva qualquer; tratar-se-á, no presente documento, apenas da correlação linear. As correlações lineares positiva e negativa, bem como a ausência de correlação, podem ser visualizadas na figura 9.

O *coeficiente de correçação linear* (r) é matematicamente dado pela fórmula:

$$r = \frac{N \,.\, \Sigma\, XY - (\Sigma X).(\Sigma Y)}{\sqrt{(N.\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2) - (N.\Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2)}}$$

Os valores de r variam entre -1 (<u>correlação inversa</u>) e +1 (<u>correlação direta</u>), sendo o valor zero significativo de ausência de correlação linear.

Deve-se ter cuidado na interpretação do coeficiente de correlação linear. Sendo uma interpretação puramente matemática, não implica a existência de causa e efeito, sendo que aumentarem ou diminuírem juntas de valor não significa necessariamente que uma tenha efeito direto sobre a outra. Poder-se-á encontrar coeficientes de correlação linear elevados até mesmo entre elementos químicos de uma rocha que não tenham nenhuma relação de cogeneticidade ou entre variáveis sobre as quais temos certeza não haver relação geológica alguma.

A relação precisa ser corroborada por um conhecimento da situação estudada. Assim, uma correlação forte entre Au e Ag num certo depósito mineral pode ser significativa, sabendo-se que ambos ocorrem associados e esta associação é confirmada pelo conhecimento genético do jazimento em estudo. O mesmo costuma ocorrer com Ni, Co e Cr em rochas ultramáficas, ou com Pb e Zn em jazimentos destes elementos.

Porosidade e permeabilidade de arenitos em geral apresentam correlação linear positiva, e num calcário dolomítico um aumento da quantidade de Ca usualmente resulta em uma diminuição da quantidade de Mg, daí geralmente haver correlação linear negativa entre Ca e Mg neste tipo de rocha, correlação esta explicada quimicamente, geologicamente, sem problemas.

O *coeficiente de correlação linear* (r) acima discutido é também referido na bibliografia especializada como Momento-Produto de Pearson.

Ainda sobre *coeficiente de correlação linear*, ele pode ser expresso por uma fórmula equivalente à anterior, qual seja

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{N} \mu i \cdot \nu i}{N - 1}$$

em que:

$$\mu i = \frac{Xi - \bar{X}}{S_{xi}} \quad e \quad \nu i = \frac{Yi - \bar{Y}}{S_{yi}}$$

S_{xi} e S_{yi} são os desvios padrão das duas variáveis.

O valor r^2 representa a parte da variância total de X e Y que pode ser explicada pela sua relação linear, e se tem

$$r^2 = \frac{\text{variação explicada}}{\text{variação total}}$$

Assim, r^2 é a proporção da variação total em Y explicada pelo ajuste da regressão, e é chamado *coeficiente de determinação*.

Assim, se se tiver, entre duas variáveis X e Y um valor de r igual a 0,8 ter-se-á $r^2 = 0,64$, ou seja, o *grau de dependência* de X em relação a Y será de 64%.

O coeficiente de correlação linear também deve ser testado no que diz respeito ao seu nível de significância, havendo tabelas com valores críticos para este coeficiente, nas quais se utiliza como graus de liberdade o valor (N - 2), onde N é o número de amostras. Se o valor de r calculado através dos valores com que trabalhamos for maior que o tabelado correspondente para o nível de significância com que trabalhamos se diz que a associação entre as variáveis é significativa. O teste de significância do r é baseado na premissa da normalidade das duas variáveis envolvidas.

Muitas variáveis são expressas em percentagens e somam 100%, o que dificulta estudos de correlação linear. Quando um cresce o outro obrigatoriamente decresce, o que resulta, como conseqüência, altos valores negativos para r. Quanto maior o número de variáveis menor se torna este problema. Igualmente difíceis de interpretar são as razões, muito usadas em Geologia. Sempre que possível deve-se evitar o estudo de correlações entre razões diretamente, pois correlação linear entre duas razões é uma função das várias correlações pareadas.

Voltando ao teste usado para testar a validade (casualidade ou causalidade) do *coeficiente de correlação linear*, este teste é o teste t, da seguinte forma

$$t_{calc} = \frac{r\sqrt{N-2}}{\sqrt{1 - r^2}}$$

com (N-2) graus de liberdade. Se o t calculado for maior do que o t tabelado correspondente se diz que a correlação linear é significativa (causal) e não casual.

Na regressão linear o ajuste da reta se faz pelo *método dos mínimos quadrados* (a menor soma dos quadrados dos desvios em relação à linha reta).

Considerando X como variável independente e Y como variável dependente, se escreve

$$Y = aX + b + \varepsilon$$

sendo b a interseção da reta com o eixo das ordenadas, a a inclinação da reta e ε equivalente à variação aleatória.

Se considerarmos que Y são os valores medidos de uma variável e Y_i são os correspondentes a uma linha teórica de regressão, e N o número de valores com que se trabalha, define-se o *erro padrão da estimativa* (s_e) como sendo

$$s_e = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} (Y - Yi)^2}}{N - 2}$$

A suposição da distribuição normal nos permite, por exemplo, afirmar que 95% dos erros de predição são menores que 1,96 s_e em grandeza; esta técnica, entretanto, só é válida para amostras grandes.

Assim, se tivermos $s_e = 0{,}2$, por exemplo, se calcula 1,96 x 0,2 = 0,392 e se traça, paralelamente à reta de regressão, duas outras (acima e outra abaixo dela) distanciadas dela de 0,392 unidades, e dever-se-á ter cerca de 95% dos valores entre estas duas retas traçadas paralelamente à reta de regressão.

Neste tipo de estudo devemos evitar a extrapolação para além das faixas de valores com que trabalhamos, sendo ela válida somente se se tiver evidências muito seguras de que o nosso modelo tem validade além do campo de observações sobre o qual trabalhamos.

Da mesma forma deve-se evitar a inclusão, nos cálculos, de valores excessivamente altos ou baixos pois eles alterarão significativamente o valor r e a posição da reta de regressão.

Estes valores aberrantes são conhecidos na bibliografia em língua inglesa como *outliers*.

A regressão linear se baseia, também, na hipótese de que a variância é constante ao longo da reta de regressão, e seus resultados serão tão mais significativos quanto maior for o número de observações com que estivermos trabalhando.

O fato de termos um valor de r igual a zero não significa que não exista correlação entre as variáveis; significa, isto sim, que elas não têm, entre si, apenas a correlação linear.

Um outro conceito importante é o de *covariância*, que pode ser expressa pela fórmula

$$\mathrm{Cov}_{(X,Y)} = \frac{\sum_{i=1}^{N} (Xi - \bar{X}) \cdot (Yi - \bar{Y})}{N - 1}$$

onde $\bar{X}$ e $\bar{Y}$ são as médias aritméticas das duas variáveis sob estudo e Xi e Yi são os valores individuais destas duas variáveis, e N é o número de observações nas quais temos valores de X e de Y.

A relação entre *covariância* e *coeficiente de correlação linear* entre X e Y é expressa por

$$r = \frac{\mathrm{Cov}\ (X,Y)}{\sqrt{\mathrm{Var}\ (X).\mathrm{Var}(Y)}}$$

Var(X) e Var(Y) sendo as variâncias amostrais das variáveis X e Y, respectivamente. Os valores de covariância podem ser positivos ou negativos, e não estão limitados a qualquer intervalo de valores. Entre as propriedades da covariância tem-se que Cov (X,X) = Var(X) e Cov (X, Y) = Cov (Y,X).

Vale, também, a relação

$$\mathrm{Cov}(X,Y) = \frac{\mathrm{Var}(X+Y) - \mathrm{Var}(X) - \mathrm{Var}(Y)}{2}$$

CONCLUSÕES

A utilização dos métodos estatísticos tem tido, especialmente nos últimos anos, um vertiginoso crescimento em Geologia. Levando-se em conta que, em prospecção geológica, se trabalha com amostras e, com base nelas, se deve tirar conclusões sobre toda a área na qual as observações estão contidas (universo ou população), e que estas conclusões precisam ser essencialmente quantitativas, a importância da abordagem estatística se torna natural.

Recentemente tem crescido muito a publicação de livros textos versando sobre aplicações de métodos estatísticos em Geologia, bem como de artigos específicos em revistas especializadas neste tipo de utilização.

Importante em Geologia é o conhecimento dos parâmetros que regem uma mineralização, em especial da variabilidade associada às áreas pros pectadas.

Nos livros texto listados nas referências bibliográficas do presente documento os ítens aqui abordados de forma introdutória podem ser aprofundados. Nos ativemos, nas referências bibliográficas, àquelas que tratam exclusivamente de aplicações em Geologia.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGTERBERG, F.P., 1974, Geomathematics - mathematical background and geo-science applications. Developments in geomathematics I. Elsevier, Amsterdam, 596p.

CHEENEY, R.F., 1983, Statistical methods in geology. George Allen & Unwin, Londres, 169p.

CUBITT, J.M. & HENLEY, S., 1978, Statistical analysis in geology. Dowden, Hutchinson and Ross, Stroudsburg, 341p.

DAVIS, J.C., 1986, Statistics and data analysis in geology. John Wiley & Sons, NY, 646p.

FERGUSON, J., 1988, Mathematics in geology. Allen & Unwin, Londres, 299p.

GUILLAUME, A., 1977, Introduction à la géologie quantitative. Masson, Paris, 200p.

KOCH, G.S. & LINK, R.F., 1981, Statistical analysis of geological data. Dover Inc., NY, 850p.

KRUMBEIN, W.C. & GRAYBILL, F.A., 1965, An introduction to statistical methods in geology. McGraw-Hill Inc., NY, 475p.

LE MAITRE, R.W., 1982, Numerical petrology. Elsevier, Amsterdam, 281p.

MARSAL, D. & MERRIAM, D.F., 1987, Statistical for geoscientists. Pergamon Press, Oxford, 176p.

MILLER, R.L. & KAHN. J.S., 1962, Statistical analysis in the geological sciences. John Wiley & Sons, NY, 483p.

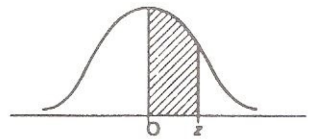
ROMANOVA, M.A. & SARMANOV, O.V., 1970. Topics in mathematical geology. Consultants Bureau, NY, 281p.

SIZE, W.B., 1987, Use and abuse of statistical methods in the earth sciences. Oxford University Press, NY, 169p.

VISTELIUS, A.B., 1967, Studies in mathematical geology. Consultants Bureau, NY, 285p.

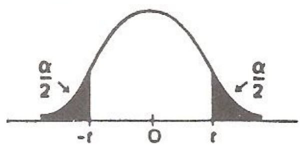
Áreas de uma distribuição normal padrão

Cada casa na tabela dá a proporção sob a curva inteira entre $z = 0$ e um valor positivo de z. As áreas para os valores de z negativos são obtidas por simetria.



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2703	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990

Distribuição t de Student

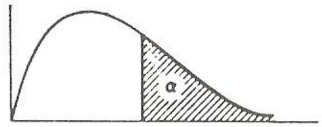


ν \ α	0,50	0,25	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005
1	1,00000	2,4142	6.3138	12.706,	25,542	63,657	127,32
2	0,81650	1,6036	2,9200	4,3127	6,2053	9,9248	14,089
3	0,76489	1,4226	2,3534	3,1825	4,1765	5,8409	7,4533
4	0,74070	1,3444	2,1318	2,7764	3,4954	4,6041	5,5976
5	0,72669	1,3009	2,0150	2,5706	3,1634	4,0321	4,7733
6	0,71756	1,2733	1,9432	2,4469	2,9687	3,7074	4,3168
7	0,71114	1,2543	1,8946	2,3646	2,8412	3,4995	4,0293
8	0,70639	1,2403	1,8595	2,3060	2,7515	3,3554	3,8325
9	0,70272	1,2297	1,8331	2,2622	2,6850	3,2498	3,6897
10	0,69981	1,2213	1,8125	2,2281	2,6338	3,1693	3,5814
11	0,69745	1,2145	1,7959	2,2010	2,5931	3,1058	3,4966
12	0,69548	1,2089	1,7823	2,1788	2,5600	3,9545	3,4284
13	0,69384	1,2041	1,7709	2,1604	2,5326	3,0123	3,3725
14	0,692	1,2001	1,7613	2,1448	2,5096	2,9768	3,3257
15	0,69120	1,1967	1,7530	2,1315	2,4899	2,9467	3,2860
16	0,69013	1,1937	1,7459	2,1199	2,4729	2,9208	3,2520
17	0,68919	1,1910	1,7396	2,1098	2,4581	2,8982	3,2225
18	0,68837	1,1887	1,7341	2,1009	2,4450	2,8784	3,1966
19	0,68763	1,1866	1,7291	2,0930	2,4334	2,8609	3,1737
20	0,68696	1,1848	1,7247	2,0860	2,4231	2,8453	3,1534
21	0,68635	1,1831	1,7207	2,0796	2,4138	2,8314	3,1352
22	0,68580	1,1816	1,7171	2,0739	2,4055	2,8188	3,1188
23	0,68531	1,1802	1,7139	2,0687	2,3979	2,8073	3,1040
24	0,68485	1,1789	1,7109	2,0639	2,3910	2,7969	3,0905
25	0,68443	1,1777	1,7081	2,0595	2,3846	2,7874	3,0782
26	0,68405	1,1766	1,7056	2,0555	2,3788	2,7787	3,0669
27	0,68370	1,1757	1,7033	2,0518	2,3734	2,7707	3,0565
28	0,68335	1,1748	1,7011	2,0484	2,3685	2,7633	3,0469
29	0,68304	1,1739	1,6991	2,0452	2,3638	2,7564	3,0380
30	0,68276	1,1731	1,6973	2,0423	2,3596	2,7500	3,0298
40	0,68066	1,1673	1,6839	2,0211	2,3289	2,7045	2,9712
60	0,67862	1,1616	1,6707	2,0003	2,2991	2,6603	2,9146
120	0,67656	1,1559	1,6577	1,9799	2,2699	2,6174	2,8599
∞	0,67449	1,1503	1,6449	1,9600	2,2414	2,5758	2,8070

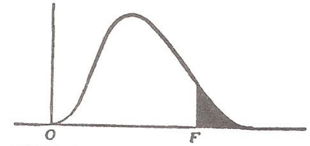
VALORES CRÍTICOS DE t DE STUDENT.

ν \ P	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005
1	6,31	12,71	25,54	63,66	127,32
2	2,92	4,30	6,21	9,92	14,09
3	2,35	3,18	4,18	5,84	7,45
4	2,13	2,78	3,50	4,60	5,60
5	2,02	2,57	3,16	4,03	4,77
6	1,94	2,45	2,97	3,71	4,32
7	1,89	2,36	2,84	3,50	3,04
8	1,86	2,31	2,75	3,36	3,83
9	1,83	2,26	2,69	3,25	3,69
10	1,81	2,23	2,63	3,17	3,58
11	1,79	2,20	2,59	3,11	3,50
12	1,78	2,18	2,56	3,05	3,43
13	1,77	2,16	2,53	3,01	3,37
14	1,76	2,14	2,51	2,98	3,33
15	1,75	2,13	2,49	2,95	3,29
16	1,75	2,12	2,47	2,92	3,25
17	1,74	2,11	2,46	2,90	3,22
18	1,73	2,10	2,45	2,88	3,20
19	1,73	2,09	2,43	2,86	3,17
20	1,72	2,09	2,42	2,85	3,15
21	1,72	2,08	2,41	2,83	3,14
22	1,72	2,07	2,41	2,82	3,12
23	1,71	2,07	2,40	2,81	3,10
24	1,71	2,06	2,39	2,80	3,09
25	1,71	2,06	2,38	2,79	3,08
26	1,71	2,06	2,38	2,78	3,07
27	1,70	2,05	2,37	2,77	3,06
28	1,70	2,05	2,37	2,76	3,05
29	1,70	2,05	2,36	2,76	3,04
30	1,70	2,04	2,36	3,75	3,03

DISTRIBUIÇÃO DE F DE SNEDECOR $\alpha = 5\%$



ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30	120	∞
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9	248.0	250.1	253.3	254.3
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.45	19.46	19.49	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.66	8.62	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.80	5.75	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.56	4.50	4.40	4.36
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	3.87	3.81	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.44	3.38	3.27	2.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.15	3.08	2.97	2.92
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	2.94	2.86	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	4.07	3.02	2.98	2.77	2.70	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.65	2.57	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.90	2.85	2.80	2.75	2.54	2.47	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.46	2.38	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.39	3.31	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.33	2.25	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.28	2.19	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.23	2.15	2.01	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.19	2.11	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.16	2.07	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.12	2.04	1.90	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.10	2.01	1.87	1.81
22	4.30	3.44	4.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.07	1.98	1.84	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.05	1.96	1.81	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.03	1.94	1.79	1.73
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	1.93	1.84	1.68	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.21	2.18	2.12	2.08	1.84	1.74	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.75	1.65	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.66	1.55	1.35	1.25
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.57	1.46	1.22	1.00

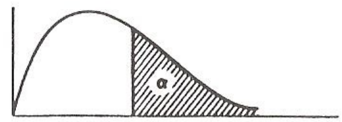


Distribuição de F

Valôres da distribuição de F de 5% (tipo comum) e 1% (negrito)

Graus de liberdade para o denominador (ν_2)	Graus de liberdade do numerador (ν_1)																							
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	∞
1	161 **4052**	200 **4999**	216 **5403**	225 **5625**	230 **5764**	234 **5859**	237 **5928**	239 **5981**	241 **6022**	242 **6056**	243 **6082**	244 **6106**	245 **6142**	246 **6169**	248 **6208**	249 **6234**	250 **6258**	251 **6286**	252 **6302**	253 **6323**	253 **6334**	254 **6352**	254 **6361**	254 **6366**
2	18,51 **98,49**	19,00 **99,01**	19,16 **99,17**	19,25 **99,25**	19,30 **99,30**	19,33 **99,33**	19,36 **99,34**	19,37 **99,36**	19,38 **99,38**	19,39 **99,40**	19,40 **99,41**	19,41 **99,42**	19,42 **99,43**	19,43 **99,44**	19,44 **99,45**	19,45 **99,46**	19,46 **99,47**	19,47 **99,48**	19,47 **99,48**	19,48 **99,49**	19,49 **99,49**	19,49 **99,49**	19,50 **99,50**	19,50 **99,50**
3	10,13 **34,12**	9,55 **30,81**	9,28 **29,46**	9,12 **28,71**	9,01 **28,24**	8,94 **27,91**	8,88 **27,67**	8,84 **27,49**	8,81 **27,34**	8,78 **27,23**	8,76 **27,13**	8,74 **27,05**	8,71 **26,92**	8,69 **26,83**	8,66 **26,69**	8,64 **26,60**	8,62 **26,50**	8,60 **26,41**	8,58 **26,30**	8,57 **26,27**	8,56 **26,23**	8,54 **26,18**	8,54 **26,14**	8,53 **26,12**
4	7,71 **21,20**	6,94 **18,00**	6,59 **16,69**	6,39 **15,98**	6,26 **15,52**	6,16 **15,21**	6,09 **14,98**	6,04 **14,80**	6,00 **14,66**	5,96 **14,54**	5,93 **14,45**	5,91 **14,37**	5,87 **14,24**	5,84 **14,15**	5,80 **14,02**	5,77 **13,93**	5,74 **13,83**	5,71 **13,74**	5,70 **13,69**	5,68 **13,61**	5,66 **13,57**	5,65 **13,52**	5,64 **13,48**	5,63 **13,46**
5	6,61 **16,26**	5,79 **13,27**	5,41 **12,06**	5,19 **11,39**	5,05 **10,97**	4,95 **10,67**	4,88 **10,45**	4,82 **10,27**	4,78 **10,15**	4,74 **10,05**	4,70 **9,96**	4,68 **9,89**	4,64 **9,77**	4,60 **9,68**	4,56 **9,55**	4,53 **9,47**	4,50 **9,38**	4,46 **9,29**	4,44 **9,24**	4,42 **9,17**	4,40 **9,13**	4,38 **9,07**	4,37 **9,04**	4,36 **9,02**
6	5,99 **13,74**	5,14 **10,92**	4,76 **9,78**	4,53 **9,15**	4,39 **8,75**	4,28 **8,47**	4,21 **8,26**	4,15 **8,10**	4,10 **7,98**	4,06 **7,87**	4,03 **7,79**	4,00 **7,72**	3,96 **7,60**	3,92 **7,52**	3,87 **7,39**	3,84 **7,31**	3,81 **7,23**	3,77 **7,14**	3,75 **7,09**	3,72 **7,02**	3,71 **6,99**	3,69 **6,94**	3,68 **6,90**	3,67 **6,88**
7	5,59 **12,25**	4,74 **9,55**	4,35 **8,45**	4,12 **7,85**	3,97 **7,46**	3,87 **7,19**	3,79 **7,00**	3,73 **6,84**	3,68 **6,71**	3,63 **6,62**	3,60 **6,54**	3,57 **6,47**	3,52 **6,35**	3,49 **6,27**	3,44 **6,15**	3,41 **6,07**	3,38 **5,98**	3,34 **5,90**	3,32 **5,85**	3,29 **5,78**	3,28 **5,75**	3,25 **5,70**	3,24 **5,67**	3,23 **5,65**
8	5,32 **11,26**	4,46 **8,65**	4,07 **7,59**	3,84 **7,01**	3,69 **6,63**	3,58 **6,37**	3,50 **6,19**	3,44 **6,03**	3,39 **5,91**	3,34 **5,82**	3,31 **5,74**	3,28 **5,67**	3,23 **5,56**	3,20 **5,48**	3,15 **5,36**	3,12 **5,28**	3,08 **5,20**	3,05 **5,11**	3,03 **5,06**	3,00 **5,00**	2,98 **4,96**	2,96 **4,91**	2,94 **4,88**	2,93 **4,86**
9	5,12 **10,56**	4,26 **8,02**	3,86 **6,99**	3,63 **6,42**	3,48 **6,06**	3,37 **5,80**	3,29 **5,62**	3,23 **5,47**	3,18 **5,35**	3,13 **5,26**	3,10 **5,18**	3,07 **5,11**	3,02 **5,00**	2,98 **4,92**	2,93 **4,80**	2,90 **4,73**	2,86 **4,64**	2,82 **4,56**	2,80 **4,51**	2,77 **4,45**	2,76 **4,41**	2,73 **4,36**	2,72 **4,33**	2,71 **4,31**
10	4,96 **10,04**	4,10 **7,56**	3,71 **6,55**	3,48 **5,99**	3,33 **5,64**	3,22 **5,39**	3,14 **5,21**	3,07 **5,06**	3,02 **4,95**	2,97 **4,85**	2,94 **4,78**	2,91 **4,71**	2,86 **4,60**	2,82 **4,52**	2,77 **4,41**	2,74 **4,33**	2,70 **4,25**	2,67 **4,17**	2,64 **4,12**	2,61 **4,05**	2,59 **4,01**	2,56 **3,96**	2,55 **3,93**	2,54 **3,91**
11	4,84 **9,65**	3,98 **7,20**	3,59 **6,22**	3,36 **5,67**	3,20 **5,32**	3,09 **5,07**	3,01 **4,88**	2,95 **4,74**	2,90 **4,63**	2,86 **4,54**	2,82 **4,46**	2,79 **4,40**	2,74 **4,29**	2,70 **4,21**	2,65 **4,10**	2,61 **4,02**	2,57 **3,94**	2,53 **3,86**	2,50 **3,80**	2,47 **3,74**	2,45 **3,70**	2,42 **3,66**	2,41 **3,62**	2,40 **3,60**
12	4,75 **9,33**	3,88 **6,93**	3,49 **5,95**	3,26 **5,41**	3,11 **5,06**	3,00 **4,82**	2,92 **4,65**	2,85 **4,50**	2,80 **4,39**	2,76 **4,30**	2,72 **4,22**	2,69 **4,16**	2,64 **4,05**	2,60 **3,98**	2,54 **3,86**	2,50 **3,78**	2,46 **3,70**	2,42 **3,61**	2,40 **3,56**	2,36 **3,49**	2,35 **3,46**	2,32 **3,41**	2,31 **3,38**	2,30 **3,36**
13	4,67 **9,07**	3,80 **6,70**	3,41 **5,74**	3,18 **5,20**	3,02 **4,86**	2,92 **4,62**	2,84 **4,44**	2,77 **4,30**	2,72 **4,19**	2,67 **4,10**	2,63 **4,02**	2,60 **3,96**	2,55 **3,85**	2,51 **3,78**	2,46 **3,67**	2,42 **3,59**	2,38 **3,51**	2,34 **3,42**	2,32 **3,37**	2,28 **3,30**	2,26 **3,27**	2,24 **3,21**	2,22 **3,18**	2,21 **3,16**
14	4,60 **8,86**	3,74 **6,51**	3,34 **5,56**	3,11 **5,03**	2,96 **4,69**	2,85 **4,46**	2,77 **4,28**	2,70 **4,14**	2,65 **4,03**	2,60 **3,94**	2,56 **3,86**	2,53 **3,80**	2,48 **3,70**	2,44 **3,62**	2,39 **3,51**	2,35 **3,43**	2,31 **3,34**	2,27 **3,26**	2,24 **3,21**	2,21 **3,14**	2,19 **3,11**	2,16 **3,06**	2,14 **3,02**	2,13 **3,00**
15	4,54 **8,68**	3,68 **6,36**	3,29 **5,42**	3,06 **4,89**	2,90 **4,56**	2,79 **4,32**	2,70 **4,14**	2,64 **4,00**	2,59 **3,89**	2,55 **3,80**	2,51 **3,73**	2,48 **3,67**	2,43 **3,56**	2,39 **3,48**	2,33 **3,36**	2,29 **3,29**	2,25 **3,20**	2,21 **3,12**	2,18 **3,07**	2,15 **3,00**	2,12 **2,97**	2,10 **2,92**	2,08 **2,89**	2,07 **2,87**
16	4,49 **8,53**	3,63 **6,23**	3,24 **5,29**	3,01 **4,77**	2,85 **4,44**	2,74 **4,20**	2,66 **4,03**	2,59 **3,89**	2,54 **3,78**	2,49 **3,69**	2,45 **3,61**	2,42 **3,55**	2,37 **3,45**	2,33 **3,37**	2,28 **3,25**	2,24 **3,18**	2,20 **3,10**	2,16 **3,01**	2,13 **2,96**	2,09 **2,89**	2,07 **2,86**	2,04 **2,80**	2,02 **2,77**	2,01 **2,75**
17	4,45 **8,40**	3,59 **6,11**	3,20 **5,18**	2,96 **4,67**	2,81 **4,34**	2,70 **4,10**	2,62 **3,93**	2,55 **3,79**	2,50 **3,68**	2,45 **3,59**	2,41 **3,52**	2,38 **3,45**	2,33 **3,35**	2,29 **3,27**	2,23 **3,16**	2,19 **3,08**	2,15 **3,00**	2,11 **2,92**	2,08 **2,86**	2,04 **2,79**	2,02 **2,76**	1,99 **2,70**	1,97 **2,67**	1,96 **2,65**
18	4,41 **8,28**	3,55 **6,01**	3,16 **5,09**	2,93 **4,58**	2,77 **4,25**	2,66 **4,01**	2,58 **3,85**	2,51 **3,71**	2,46 **3,60**	2,41 **3,51**	2,37 **3,44**	2,34 **3,37**	2,29 **3,27**	2,25 **3,19**	2,19 **3,07**	2,15 **3,00**	2,11 **2,91**	2,07 **2,83**	2,04 **2,78**	2,00 **2,71**	1,98 **2,68**	1,95 **2,62**	1,93 **2,59**	1,92 **2,57**
19	4,38 **8,18**	3,52 **5,93**	3,13 **5,01**	2,90 **4,50**	2,74 **4,17**	2,63 **3,94**	2,55 **3,77**	2,48 **3,63**	2,43 **3,52**	2,38 **3,43**	2,34 **3,36**	2,31 **3,30**	2,26 **3,19**	2,21 **3,12**	2,15 **3,00**	2,11 **2,92**	2,07 **2,84**	2,02 **2,76**	2,00 **2,70**	1,96 **2,63**	1,94 **2,60**	1,91 **2,54**	1,90 **2,51**	1,88 **2,49**
20	4,35 **8,10**	3,49 **5,85**	3,10 **4,94**	2,87 **4,43**	2,71 **4,10**	2,60 **3,87**	2,52 **3,71**	2,45 **3,56**	2,40 **3,45**	2,35 **3,37**	2,31 **3,30**	2,28 **3,23**	2,23 **3,13**	2,18 **3,05**	2,12 **2,94**	2,08 **2,86**	2,04 **2,77**	1,99 **2,69**	1,96 **2,63**	1,92 **2,56**	1,90 **2,53**	1,87 **2,47**	1,85 **2,44**	1,84 **2,42**
21	4,32 **8,02**	3,47 **5,78**	3,07 **4,87**	2,84 **4,37**	2,68 **4,04**	2,57 **3,81**	2,49 **3,65**	2,42 **3,51**	2,37 **3,40**	2,32 **3,31**	2,28 **3,24**	2,25 **3,17**	2,20 **3,07**	2,15 **2,99**	2,09 **2,88**	2,05 **2,80**	2,00 **2,72**	1,96 **2,63**	1,93 **2,58**	1,89 **2,51**	1,87 **2,47**	1,84 **2,42**	1,82 **2,38**	1,81 **2,36**
22	4,30 **7,94**	3,44 **5,72**	3,05 **4,82**	2,82 **4,31**	2,66 **3,99**	2,55 **3,76**	2,47 **3,59**	2,40 **3,45**	2,35 **3,35**	2,30 **3,26**	2,26 **3,18**	2,23 **3,12**	2,18 **3,02**	2,13 **2,94**	2,07 **2,83**	2,03 **2,75**	1,98 **2,67**	1,93 **2,58**	1,91 **2,53**	1,87 **2,46**	1,84 **2,42**	1,81 **2,37**	1,80 **2,33**	1,78 **2,31**
23	4,28 **7,88**	3,42 **5,66**	3,03 **4,76**	2,80 **4,26**	2,64 **3,94**	2,53 **3,71**	2,45 **3,54**	2,38 **3,41**	2,32 **3,30**	2,28 **3,21**	2,24 **3,14**	2,20 **3,07**	2,14 **2,97**	2,10 **2,89**	2,04 **2,78**	2,00 **2,70**	1,96 **2,62**	1,91 **2,53**	1,88 **2,48**	1,84 **2,41**	1,82 **2,37**	1,79 **2,32**	1,77 **2,28**	1,76 **2,26**

24	4,26 7,82	3,40 5,61	3,01 4,72	2,78 4,22	2,62 3,90	2,51 3,67	2,43 3,50	2,36 3,36	2,30 3,25	2,26 3,17	2,22 3,09	2,18 3,03	2,13 2,93	2,09 2,85	2,02 2,74	1,98 2,66	1,94 2,58	1,89 2,49	1,86 2,44	1,82 2,36	1,80 2,33	1,76 2,27	1,74 2,23	1,73 2,21
25	4,24 7,77	3,38 5,57	2,99 4,68	2,76 4,18	2,60 3,86	2,49 3,63	2,41 3,46	2,34 3,32	2,28 3,21	2,24 3,13	2,20 3,05	2,16 2,99	2,11 2,89	2,06 2,81	2,00 2,70	1,96 2,62	1,92 2,54	1,87 2,46	1,84 2,40	1,80 2,32	1,77 2,29	1,74 2,23	1,72 2,19	1,70 2,17
26	4,22 7,72	3,37 5,53	2,98 4,64	2,74 4,14	2,59 3,82	2,47 3,59	2,39 3,42	2,32 3,29	2,27 3,17	2,22 3,09	2,18 3,02	2,15 2,96	2,10 2,86	2,05 2,77	1,99 2,66	1,95 2,58	1,90 2,50	1,85 2,41	1,82 2,36	1,78 2,28	1,76 2,25	1,72 2,19	1,70 2,15	1,69 2,13
27	4,21 7,68	3,35 5,49	2,96 4,60	2,73 4,11	2,57 3,79	2,46 3,56	2,37 3,39	2,30 3,26	2,25 3,14	2,20 3,06	2,16 2,98	2,13 2,93	2,08 2,83	2,03 2,74	1,97 2,63	1,93 2,55	1,88 2,47	1,84 2,38	1,80 2,33	1,76 2,25	1,74 2,21	1,71 2,16	1,68 2,12	1,67 2,10
28	4,20 7,64	3,34 5,45	2,95 4,57	2,71 4,07	2,56 3,76	2,44 3,53	2,36 3,36	2,29 3,23	2,24 3,11	2,19 3,03	2,15 2,95	2,12 2,90	2,06 2,80	2,02 2,71	1,96 2,60	1,91 2,52	1,87 2,44	1,81 2,35	1,78 2,30	1,75 2,22	1,72 2,18	1,69 2,13	1,67 2,09	1,65 2,06
29	4,18 7,60	3,33 5,42	2,93 4,54	2,70 4,04	2,54 3,73	2,43 3,50	2,35 3,33	2,28 3,20	2,22 3,08	2,18 3,00	2,14 2,92	2,10 2,87	2,05 2,77	2,00 2,68	1,94 2,57	1,90 2,49	1,85 2,41	1,80 2,32	1,77 2,27	1,73 2,19	1,71 2,15	1,68 2,10	1,65 2,06	1,64 2,03
30	4,17 7,56	3,32 5,39	2,92 4,51	2,69 4,02	2,53 3,70	2,42 3,47	2,34 3,30	2,27 3,17	2,21 3,06	2,16 2,98	2,12 2,90	2,09 2,84	2,04 2,74	1,99 2,66	1,93 2,55	1,89 2,47	1,84 2,38	1,79 2,29	1,76 2,24	1,72 2,16	1,69 2,13	1,66 2,07	1,64 2,03	1,62 2,01
32	4,15 7,50	3,30 5,34	2,90 4,46	2,67 3,97	2,51 3,66	2,40 3,42	2,32 3,25	2,25 3,12	2,19 3,01	2,14 2,94	2,10 2,86	2,07 2,80	2,02 2,70	1,97 2,62	1,91 2,51	1,86 2,42	1,82 2,34	1,76 2,25	1,74 2,20	1,69 2,12	1,67 2,08	1,64 2,02	1,61 1,98	1,59 1,96
34	4,13 7,44	3,28 5,29	2,88 4,42	2,65 3,93	2,49 3,61	2,38 3,38	2,30 3,21	2,23 3,08	2,17 2,97	2,12 2,89	2,08 2,82	2,05 2,76	2,00 2,66	1,95 2,58	1,89 2,47	1,84 2,38	1,80 2,30	1,74 2,21	1,71 2,15	1,67 2,08	1,64 2,04	1,61 1,98	1,59 1,94	1,57 1,91
36	4,11 7,39	3,26 5,25	2,86 4,38	2,63 3,89	2,48 3,58	2,36 3,35	2,28 3,18	2,21 3,04	2,15 2,94	2,10 2,86	2,06 2,78	2,03 2,72	1,98 2,62	1,93 2,54	1,87 2,43	1,82 2,35	1,78 2,26	1,72 2,17	1,69 2,12	1,65 2,04	1,62 2,00	1,59 1,94	1,56 1,90	1,55 1,87
38	4,10 7,35	3,25 5,21	2,85 4,34	2,62 3,86	2,46 3,54	2,35 3,32	2,26 3,15	2,19 3,02	2,14 2,91	2,09 2,82	2,05 2,75	2,02 2,69	1,96 2,59	1,92 2,51	1,85 2,40	1,80 2,32	1,76 2,22	1,71 2,14	1,67 2,08	1,63 2,00	1,60 1,97	1,57 1,90	1,54 1,86	1,53 1,84
40	4,08 7,31	3,23 5,18	2,84 4,31	2,61 3,83	2,45 3,51	2,34 3,29	2,25 3,12	2,18 2,99	2,12 2,88	2,07 2,80	2,04 2,73	2,00 2,66	1,95 2,56	1,90 2,49	1,84 2,37	1,79 2,29	1,74 2,20	1,69 2,11	1,66 2,05	1,61 1,97	1,59 1,94	1,55 1,88	1,53 1,84	1,51 1,81
42	4,07 7,27	3,22 5,15	2,83 4,29	2,59 3,80	2,44 3,49	2,32 3,26	2,24 3,10	2,17 2,96	2,11 2,86	2,06 2,77	2,02 2,70	1,99 2,64	1,94 2,54	1,89 2,46	1,82 2,35	1,78 2,26	1,73 2,17	1,68 2,08	1,64 2,02	1,60 1,94	1,57 1,91	1,54 1,85	1,51 1,80	1,49 1,78
44	4,06 7,24	3,21 5,12	2,82 4,26	2,58 3,78	2,43 3,46	2,31 3,24	2,23 3,07	2,16 2,94	2,10 2,84	2,05 2,75	2,01 2,68	1,98 2,62	1,92 2,52	1,88 2,44	1,81 2,32	1,76 2,24	1,72 2,15	1,66 2,06	1,63 2,00	1,58 1,92	1,56 1,88	1,52 1,82	1,50 1,78	1,48 1,75
46	4,05 7,21	3,20 5,10	2,81 4,24	2,57 3,76	2,42 3,44	2,30 3,22	2,22 3,05	2,14 2,92	2,09 2,82	2,04 2,73	2,00 2,66	1,97 2,60	1,91 2,50	1,87 2,42	1,80 2,30	1,75 2,22	1,71 2,13	1,65 2,04	1,62 1,98	1,57 1,90	1,54 1,86	1,51 1,80	1,48 1,76	1,46 1,72
48	4,04 7,19	3,19 5,08	2,80 4,22	2,56 3,74	2,41 3,42	2,30 3,20	2,21 3,04	2,14 2,90	2,08 2,80	2,03 2,71	1,99 2,64	1,96 2,58	1,90 2,48	1,86 2,40	1,79 2,28	1,74 2,20	1,70 2,11	1,64 2,02	1,61 1,96	1,56 1,88	1,53 1,84	1,50 1,78	1,47 1,73	1,45 1,70
50	4,03 7,17	3,18 5,06	2,79 4,20	2,56 3,72	2,40 3,41	2,29 3,18	2,20 3,02	2,13 2,88	2,07 2,78	2,02 2,70	1,98 2,62	1,95 2,56	1,90 2,46	1,85 2,39	1,78 2,26	1,74 2,18	1,69 2,10	1,63 2,00	1,60 1,94	1,55 1,86	1,52 1,82	1,48 1,76	1,46 1,71	1,44 1,68
55	4,02 7,12	3,17 5,01	2,78 4,16	2,54 3,68	2,38 3,37	2,27 3,15	2,18 2,98	2,11 2,85	2,05 2,75	2,00 2,66	1,97 2,59	1,93 2,53	1,88 2,43	1,83 2,35	1,76 2,23	1,72 2,15	1,67 2,06	1,61 1,96	1,58 1,90	1,52 1,82	1,50 1,78	1,46 1,71	1,43 1,66	1,41 1,64
60	4,00 7,08	3,15 4,98	2,76 4,13	2,52 3,65	2,37 3,34	2,25 3,12	2,17 2,95	2,10 2,82	2,04 2,72	1,99 2,63	1,95 2,56	1,92 2,50	1,86 2,40	1,81 2,32	1,75 2,20	1,70 2,12	1,65 2,03	1,59 1,93	1,56 1,87	1,50 1,79	1,48 1,74	1,44 1,68	1,41 1,63	1,39 1,60
65	3,99 7,04	3,14 4,95	2,75 4,10	2,51 3,62	2,36 3,31	2,24 3,09	2,15 2,93	2,08 2,79	2,02 2,70	1,98 2,61	1,94 2,54	1,90 2,47	1,85 2,37	1,80 2,30	1,73 2,18	1,68 2,09	1,63 2,00	1,57 1,90	1,54 1,84	1,49 1,76	1,46 1,71	1,42 1,64	1,39 1,60	1,37 1,56
70	3,98 7,01	3,13 4,92	2,74 4,08	2,50 3,60	2,35 3,29	2,23 3,07	2,14 2,91	2,07 2,77	2,01 2,67	1,97 2,59	1,93 2,51	1,89 2,45	1,84 2,35	1,79 2,28	1,72 2,15	1,67 2,07	1,62 1,98	1,56 1,88	1,53 1,82	1,47 1,74	1,45 1,69	1,40 1,62	1,37 1,56	1,35 1,53
80	3,96 6,96	3,11 4,88	2,72 4,04	2,48 3,56	2,33 3,25	2,21 3,04	2,12 2,87	2,05 2,74	1,99 2,64	1,95 2,55	1,91 2,48	1,88 2,41	1,82 2,32	1,77 2,24	1,70 2,11	1,65 2,03	1,60 1,94	1,54 1,84	1,51 1,78	1,45 1,70	1,42 1,65	1,38 1,57	1,35 1,52	1,32 1,49
100	3,94 6,90	3,08 4,82	2,70 3,98	2,46 3,51	2,30 3,20	2,19 2,99	2,10 2,82	2,03 2,69	1,97 2,59	1,92 2,51	1,88 2,43	1,85 2,36	1,79 2,26	1,75 2,19	1,68 2,06	1,63 1,98	1,57 1,89	1,51 1,79	1,48 1,73	1,42 1,64	1,39 1,59	1,34 1,51	1,30 1,46	1,28 1,43
125	3,92 6,84	3,07 4,78	2,68 3,94	2,44 3,47	2,29 3,17	2,17 2,95	2,08 2,79	2,01 2,65	1,95 2,56	1,90 2,47	1,86 2,40	1,83 2,33	1,77 2,23	1,72 2,15	1,65 2,03	1,60 1,94	1,55 1,85	1,49 1,75	1,45 1,68	1,39 1,59	1,36 1,54	1,31 1,46	1,27 1,40	1,25 1,37
150	3,91 6,81	3,06 4,75	2,67 3,91	2,43 3,44	2,27 3,13	2,16 2,92	2,07 2,76	2,00 2,62	1,94 2,53	1,89 2,44	1,85 2,37	1,82 2,30	1,76 2,20	1,71 2,12	1,64 2,00	1,59 1,91	1,54 1,83	1,47 1,72	1,44 1,66	1,37 1,56	1,34 1,51	1,29 1,43	1,25 1,37	1,22 1,33
200	3,89 6,76	3,04 4,71	2,65 3,88	2,41 3,41	2,26 3,11	2,14 2,90	2,05 2,73	1,98 2,60	1,92 2,50	1,87 2,41	1,83 2,34	1,80 2,28	1,74 2,17	1,69 2,09	1,62 1,97	1,57 1,88	1,52 1,79	1,45 1,69	1,42 1,62	1,35 1,53	1,32 1,48	1,26 1,39	1,22 1,33	1,19 1,28
400	3,86 6,70	3,02 4,66	2,62 3,83	2,39 3,36	2,23 3,06	2,12 2,85	2,03 2,69	1,96 2,55	1,90 2,46	1,85 2,37	1,81 2,29	1,78 2,23	1,72 2,12	1,67 2,04	1,60 1,92	1,54 1,84	1,49 1,74	1,42 1,64	1,38 1,57	1,32 1,47	1,28 1,42	1,22 1,32	1,16 1,24	1,13 1,19
1000	3,85 6,66	3,00 4,62	2,61 3,80	2,38 3,34	2,22 3,04	2,10 2,82	2,02 2,66	1,95 2,53	1,89 2,43	1,84 2,34	1,80 2,26	1,76 2,20	1,70 2,09	1,65 2,01	1,58 1,89	1,53 1,81	1,47 1,71	1,41 1,61	1,36 1,54	1,30 1,44	1,26 1,38	1,19 1,28	1,13 1,19	1,08 1,11
	3,84 6,64	2,99 4,60	2,60 3,78	2,37 3,32	2,21 3,02	2,09 2,80	2,01 2,64	1,94 2,51	1,88 2,41	1,83 2,32	1,79 2,24	1,75 2,18	1,69 2,07	1,64 1,99	1,57 1,87	1,52 1,79	1,46 1,69	1,40 1,59	1,35 1,52	1,28 1,41	1,24 1,36	1,17 1,25	1,11 1,15	1,00 1,00



Distribuição de χ^2

φ \ α	0.995	0.990	0.975	0.950	0.900	0.750	0,500	0.250	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
1	.0000	.0002	.0010	.0039	.0158	.102	.455	1.32	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	.0100	.0201	.0506	.103	.211	.575	1.39	2.77	4.61	5.99	7.38	9.21	10.6
3	.0717	.115	.216	.352	.584	1.021	2.37	4.11	6.25	7.81	9.35	11.3	12.8
4	.207	.297	.484	.711	1.06	1.92	3.36	5.39	7.78	9.49	11.1	13.3	14.9
5	.412	.554	.831	1.15	1.61	2.67	4.35	6.63	9.24	11.1	12.8	15.1	16.7
6	.676	.872	1.24	1.64	2.20	3.45	5.35	7.84	10.6	12.6	14.4	16.8	18.5
7	.989	1.24	1.69	2.17	2.83	4.25	6.35	9.04	12.0	14.1	16.0	18.5	20.3
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	5.07	7.34	10.2	13.4	15.5	17.5	20.1	22.0
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	5.90	8.34	11.4	14.7	16.9	19.0	21.7	23.6
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	6.74	9.34	12.5	16.0	18.3	20.5	23.2	25.2
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	7.58	10.3	13.7	17.3	19.7	21.9	24.7	26.8
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	8.44	11.3	14.8	18.5	21.0	23.3	26.2	28.3
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	9.30	12.3	16.0	19.8	22.4	24.7	27.7	29.8
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	10.2	13.3	17.1	21.1	23.7	26.1	29.1	31.3
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	11.0	14.3	18.2	22.3	25.0	27.5	30.6	32.8
16	5.14	5.81	6.91	7.96	8.31	11.9	15.3	19.4	23.5	26.3	28.4	32.0	34.3
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.1	12.8	16.3	20.5	24.8	27.6	30.2	53.4	35.7
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.9	13.7	17.3	21.6	26.0	28.9	31.5	34.8	37.2
19	6.84	7.63	8.91	10.1	11.7	14.6	18.3	22.7	27.2	30.1	32.9	36.2	38.6
20	7.43	8.26	9.59	10.9	12.4	15.5	19.3	23.8	28.4	31.4	34.2	37.6	40.0
21	8.03	8.90	10.3	11.6	13.2	16.3	20.3	24.9	29.6	32.7	35.5	38.9	41.4
22	8.64	9.54	11.0	12.3	14.0	17.2	21.3	26.0	30.8	33.9	36.8	40.3	42.8
23	9.26	10.2	11.7	13.1	14.8	18.1	22.3	27.1	32.0	35.2	38.1	41.6	44.2
24	9.89	10.9	12.4	13.8	15.7	19.0	23.3	28.2	33.1	36.4	39.4	43.0	45.6
25	10.5	11.5	13.1	14.6	16.5	19.9	24.3	29.3	34.4	37.7	40.6	44.3	46.9
26	11.2	12.2	13.8	15.4	17.3	20.8	25.3	30.4	35.6	38.9	41.9	45.6	48.3
27	11.8	12.9	14.6	16.2	18.1	21.7	26.3	31.5	36.7	40.1	43.2	47.0	49.6
28	12.5	13.6	15.3	16.9	18.9	22.7	27.3	32.6	37.9	41.3	44.5	48.3	51.0
29	13.1	14.3	16.0	17.7	19.8	23.6	28.3	33.7	39.1	42.6	45.7	49.6	52.3
30	13.8	15.0	16.8	18.5	20.6	24.5	29.3	34.8	40.3	43.8	47.0	50.9	53.7

VALORES CRÍTICOS DA DISTRIBUIÇÃO DO QUI-QUADRADO

ν \ P	0,995	0,99	0,975	0,95	0,90	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84
4	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75
6	0,68	0,87	1,24	1,64	2,20	10,60	12,59	14,45	16,81	18,55
7	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	12,00	14,07	16,01	18,48	20,28
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	13,40	15,51	17,53	20,09	21,95
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	14,70	16,92	19,02	21,67	23,59
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	16,00	18,30	20,48	23,20	25,19
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	17,30	19,66	21,92	24,72	26,76
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	18,50	21,03	23,34	26,22	28,30
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	19,80	22,36	24,74	27,69	29,82
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	21,10	23,68	26,12	29,14	31,32
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	22,30	25,00	27,49	30,58	32,80
16	5,14	5,81	6,90	7,96	9,31	23,50	26,30	28,85	32,00	34,27
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,10	24,80	27,59	30,19	33,41	35,72
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,90	26,00	28,87	31,53	34,81	37,16
19	6,84	7,63	8,90	10,10	11,70	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58
20	7,43	8,26	9,59	10,90	12,40	28,40	31,41	34,17	37,57	40,00
21	8,03	8,90	10,30	11,60	13,20	29,60	32,67	35,48	38,93	41,40
22	8,64	9,54	11,00	12,30	14,00	30,80	33,92	36,78	40,29	42,80
23	9,26	10,20	11,70	13,10	14,80	32,00	35,17	38,08	41,64	44,18
24	9,89	10,90	12,40	13,80	15,70	33,20	36,42	39,36	42,98	45,56
25	10,50	11,50	13,10	14,60	16,50	34,40	37,65	40,65	44,31	46,93
26	11,20	12,20	13,80	15,40	17,30	35,60	38,89	41,92	45,64	48,29
27	11,80	12,90	14,60	16,20	18,10	36,70	40,11	43,19	46,96	46,64
28	12,50	13,60	15,30	16,90	18,90	37,90	41,33	44,46	48,27	50,99
29	13,10	14,30	16,00	17,70	19,80	39,10	42,56	45,72	49,59	52,34
30	13,80	15,00	16,80	18,50	20,60	40,30	43,77	46,98	50,89	53,67
40	20,70	22,20	24,40	26,50	29,10	51,80	55,75	59,34	63,69	66,77
50	28,00	29,70	32,40	34,80	37,70	63,20	67,50	71,42	76,15	79,49
60	35,50	37,50	40,50	43,20	46,50	74,40	79,08	83,30	88,38	91,95
70	43,30	45,40	48,80	51,70	55,30	85,50	90,53	95,02	100,42	104,21
80	51,20	53,50	57,20	60,40	64,30	96,60	101,88	106,63	112,33	116,32
90	59,20	61,80	65,60	69,10	73,3	80,60	113,14	118,14	124,12	128,30
100	67,30	70,10	74,20	77,90	82,4	118,50	124,34	129,56	135,81	140,17

KOLMOGOROV-SMIRNOV

	α				
G.L.	20	10	5	2,5	1
1	1.64	2.71	3.84	5.02	6.63
2	3.22	4.61	5.99	7.36	9.21
3	4.64	6.25	7.81	9.35	11.34
4	5.99	7.78	9.49	11.14	13.26
5	7.29	9.24	11.07	12.83	15.09
6	8.56	10.64	12.59	14.45	16.81
7	9.80	12.02	14.07	16.01	18.48
8	11.03	13.36	15.51	17.53	20.09
9	12.24	14.68	16.92	19.02	21.67
10	13.44	15.99	18.31	20.48	23.21
11	14.63	17.28	19.68	21.92	24.72
12	15.81	18.55	21.03	23.34	26.22
13	16.98	19.81	22.36	24.74	27.69
14	18.15	21.06	23.68	26.12	29.14
15	19.31	22.31	25.00	27.49	30.58
16	20.47	23.54	26.30	28.85	32.00
17	21.61	24.77	27.59	30.19	33.41
18	22.76	25.99	28.87	31.53	34.81
19	23.90	27.20	30.14	32.85	36.19
20	25.04	28.41	31.41	34.17	37.57
21	26.17	29.62	32.67	35.48	38.93
22	27.30	30.81	33.92	36.78	40.29
23	28.43	32.01	35.17	38.08	41.64
24	29.55	33.20	36.42	39.36	42.98
25	30.68	34.38	37.65	40.65	44.31
26	31.79	35.56	38.89	41.92	45.64
27	32.91	36.74	40.11	43.19	46.96
28	34.03	37.92	41.34	44.46	48.28
29	35.14	39.09	42.56	45.72	49.59
30	36.25	40.26	43.77	46.98	50.89
40	47.27	51.81	55.76	59.34	63.69
50	58.16	63.17	67.50	71.42	76.15
60	68.97	74.40	79.08	83.30	88.38
70	79.71	85.53	90.53	95.02	100.43
80	90.41	96.58	101.88	106.63	112.33
90	101.05	107.57	113.15	118.14	124.12
100	111.67	118.50	124.34	129.56	135.81

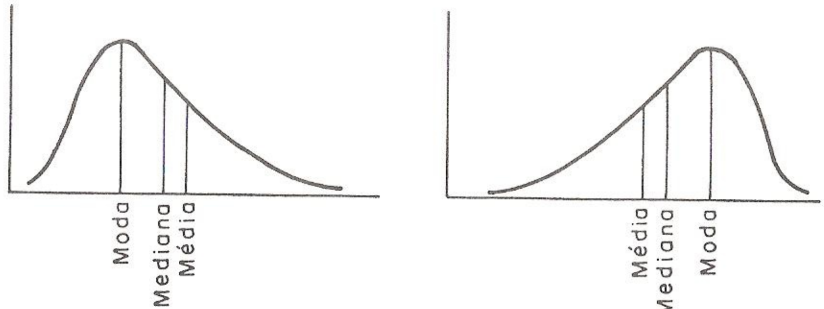


FIGURA 1

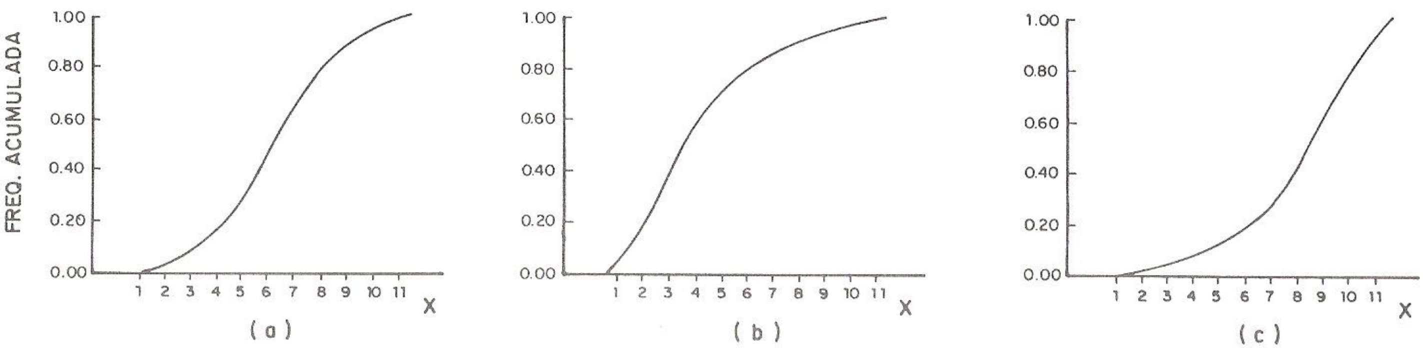


FIGURA 2

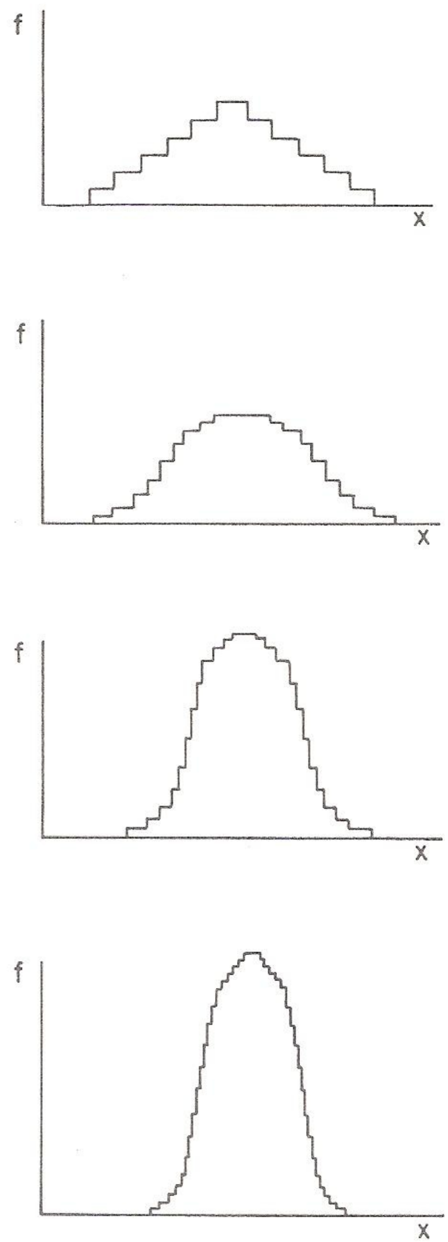


FIGURA 3

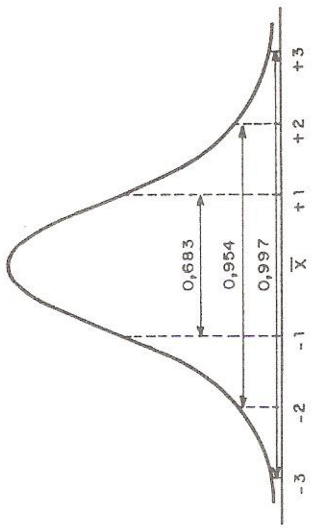


FIGURA 4

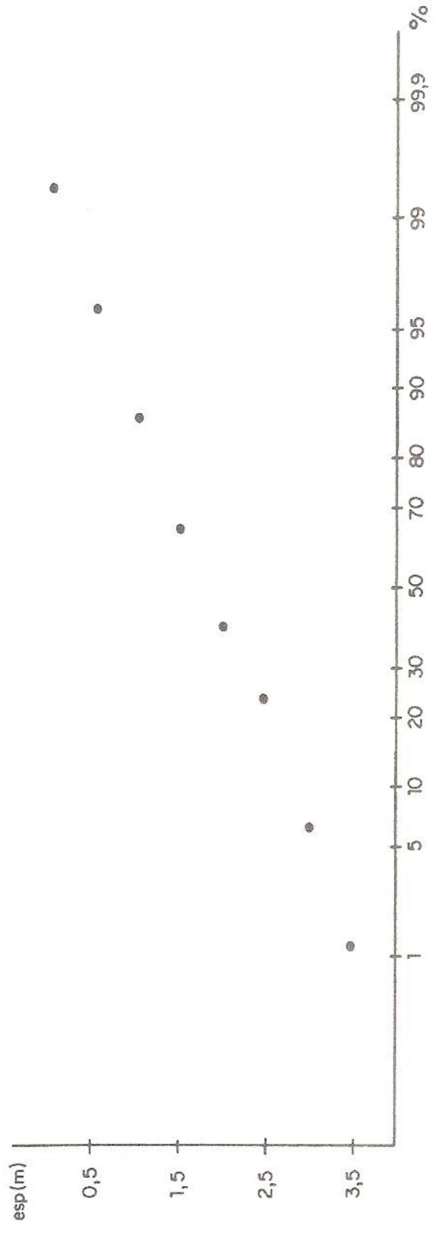


FIGURA 5

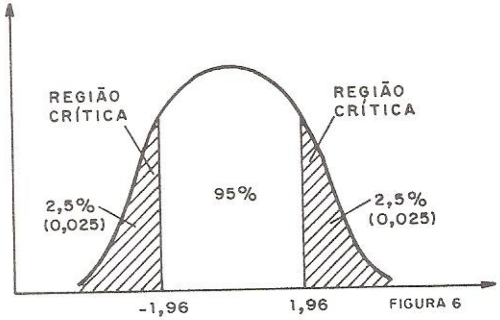


FIGURA 6

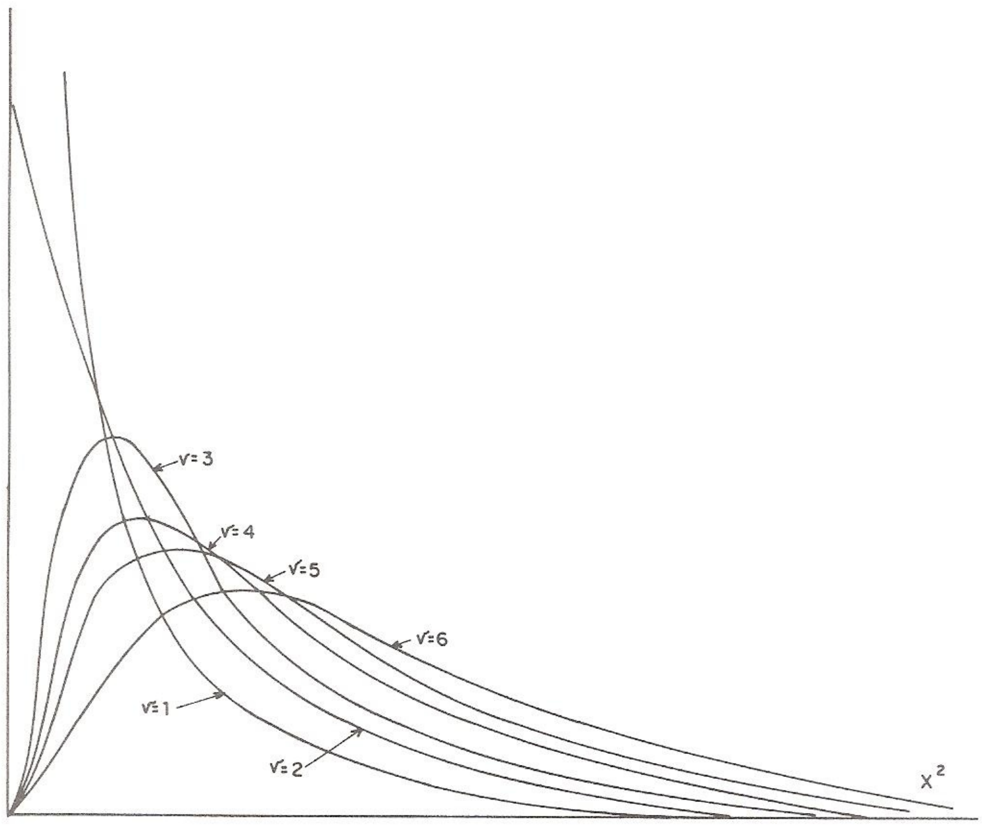


FIGURA 7

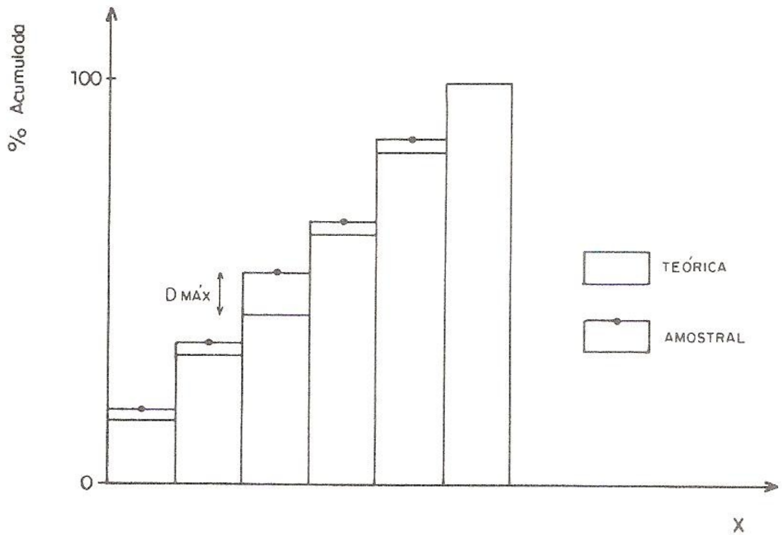


FIGURA 8

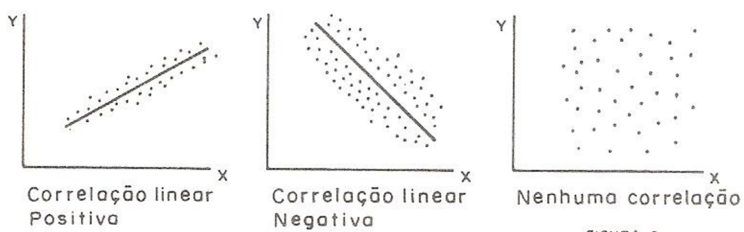


FIGURA 9